ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 MARS 1934.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BOREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** adresse ampliation du décret, en date du 9 mars 1934, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Gaston Julia** pour occuper dans la Section de Géométrie la place vacante par le décès de M. *P. Painlevé*.

Il est donné lecture de ce décret.

M. **A. Lacroix** offre à l'Académie le premier numéro, dont il a écrit la Préface, des *Annales de Physique du Globe de la France d'outre-mer*, revue publiée sous les auspices du Conseil de perfectionnement des services de Physique du Globe des Colonies. Elle a pour but de mettre en évidence les résultats des travaux scientifiques effectués par les fonctionnaires de ces services et de fournir des mises au point des questions de météorologie, séismologie, volcanologie, etc., intéressant nos possessions lointaines.

THERMODYNAMIQUE. — *Fonctionnement d'un thermocompresseur entraînant successivement deux fluides compressibles de densités différentes : loi des débits en poids; loi d'invariance de la pression finale.* Note [1] de M. **Jean Rey**.

Loi des débits en poids. — Les débits en poids, de l'air et de la vapeur d'eau, entraînés par un même débit de vapeur motrice, obéissent à une loi très simple et que l'on peut formuler de la manière suivante :

---

[1] Séance du 26 février 1934.

Le rapport des débits en poids, de l'air et de la vapeur entraînés par un débit de vapeur motrice égal à l'unité de poids, est égal à la racine carrée du rapport des poids spécifiques moyens des deux fluides pris entre les pressions d'entrée et de sortie dans les tuyères d'accès au mélangeur.

Avec les notations précédentes, cette loi s'exprime par la relation

$$\frac{\beta_a}{\beta_v}=\sqrt{\frac{(\varpi_a)_p^{\mathrm{P}}}{(\varpi_v)_p^{\mathrm{P}}}} \quad \text{ou} \quad \sqrt{\frac{(\varpi_a)_p}{(\varpi_v)_p}}.$$

Elle se démontre facilement, en exprimant que le débit en poids est le produit de la section au col des tuyères d'accès au mélangeur du fluide entraîné, par la vitesse et par le poids spécifique du fluide dans cette section. La vitesse se déduit de la relation de Saint-Venant qui peut s'écrire

$$\frac{\mathrm{V}_2}{2g}=\int_p^{\mathrm{P}}\frac{dp}{\varpi}=\frac{\mathrm{P}-p}{(\varpi)_{\text{moy}}},$$

$(\varpi)_{\text{moy}}$ étant la moyenne arithmétique des deux valeurs de ϖ_p et de ϖ_{P}

Doyère, dans un Mémoire paru au *Bulletin de l'Association technique maritime* (Session de 1906, p. 273) a montré que tant que $p/\mathrm{P}\geqq 1/2$, on peut calculer V, pour l'air, aussi bien en supposant une détente isotherme qu'une détente adiabatique, avec des erreurs inférieures aux erreurs d'observation. La même formule s'applique à la vapeur d'eau, en détente adiabatique, avec des erreurs minimes sur les résultats que donne le diagramme entropique. Dans mes expériences, le rapport p/P a toujours dépassé $1/2$ et s'est approché de l'unité.

Le débit en poids, par heure de l'air, s'exprime donc par

$$\mathrm{Q}_a=s\times 3600^{\text{sec}}\times 4,43\sqrt{\frac{(\mathrm{P}-p)_a}{(\varpi_a)_p^{\mathrm{P}}}}(\varpi_a)_p$$

et par

$$\mathrm{Q}_v=s\times 3600^{\text{sec}}\times 4,43\sqrt{\frac{(\mathrm{P}-p)_v}{(\varpi_v)_p^{\mathrm{P}}}}(\varpi_v)_p$$

pour la vapeur. Si les différences $\mathrm{P}-p$ sont égales, ce qui est le cas ici, on obtient finalement

$$(3)\qquad \frac{\mathrm{Q}_a}{\mathrm{Q}_v}=\frac{\beta_a}{\beta_v}=\sqrt{\frac{(\varpi_v)_p^{\mathrm{P}}}{(\varpi_a)_p^{\mathrm{P}}}}\,\frac{(\varpi_a)_p}{(\varpi_v)_p}.$$

En prenant les nombres résultant des expériences et la relation (3), on trouve, *pour les essais à faible taux de compression*, que le premier membre a pour valeur

$$\frac{\mathrm{Q}_a}{\mathrm{Q}_v}=\frac{841^{\text{kg/h}}}{608^{\text{kg/h}}}=1,38322$$

et que le second membre est égal à

$$\sqrt{\frac{0,5739}{1,14589}} \times \frac{1,11397}{0,56298} = 1,40045.$$

L'écart du second membre avec le premier est donc $+1,245$ pour 100.

Pour les essais à fort taux de compression, la première série donne

$$\frac{Q_a}{Q_v} = \frac{13^{\text{kg/h}},754}{9^{\text{kg/h}},940} = 1,38370,$$

et le second membre a pour valeur

$$\sqrt{\frac{0,10588}{0,211218}} \times \frac{0,211210}{0,10510} = 1,41610.$$

L'écart du second membre est donc de $+2,34$ pour 100.

La deuxième série donne, pour le premier membre :

$$\frac{Q_a}{Q_v} = \frac{10^{\text{kg/h}},812}{8^{\text{kg/h}},480} = 1,28206,$$

et pour le second membre 1,26782, soit un écart de $-1,123$ pour 100. *L'écart moyen*, pour les trois expériences à faible et forte compression est alors de

$$\frac{+1,245+2,340-1,123}{3} = +0,821 \text{ pour } 100,$$

c'est-à-dire de l'ordre des erreurs d'observation.

L'équation (3) peut d'ailleurs se simplifier en remarquant que les rapports $(\varpi_a)_p^{\mathrm{p}}/(\varpi_v)_p^{\mathrm{p}}$ et $(\varpi_a)_p/(\varpi_v)_p$ sont sensiblement égaux Pour les essais à faible compression, l'écart est de 0,88 pour 100, et, pour les essais à forte compression, de 0,26 et 0,432 pour 100. On peut donc modifier la formule (3) et l'écrire :

$$(3') \qquad \frac{Q_a}{Q_v} = \frac{\beta_a}{\beta_v} = \sqrt{\frac{(\varpi_v)_p}{(\varpi_a)_p}} \times \frac{(\varpi_a)_p}{(\varpi_v)_p} = \sqrt{\frac{(\varpi_a)_p}{(\varpi_v)_p}}.$$

Elle donne alors, pour les essais à faible compression : pour le premier membre, 1,38322 et, pour le second membre, 1,40673, soit un écart positif de $+1,70$ pour 100. Pour les essais à forte compression, le premier membre donne 1,38370 et le second membre donne 1,41424. L'écart est donc de $+2,21$ pour 100. Pour le second essai le premier membre est de 1,28206 et le second membre de 1,27917, soit un écart de $-0,225$ pour 100. L'écart moyen est donc, pour toutes les expériences, à faible et forte com-

pression, de $(+1,70+2,21-0,225)/3=+1,228$ °/₀. La formule est donc entièrement justifiée.

Loi d'invariance de la pression finale. — La loi d'invariance de la pression finale se démontre facilement. Les relations (2) donnent, en tenant compte de la loi des débits $\beta_a/\beta_v=\sqrt{(\varpi_a)_p/(\varpi_v)_p}$ et de la valeur de la vitesse V,

$$\beta_a=\beta_v\sqrt{\frac{(\varpi_a)_p}{(\varpi_v)_p}},\qquad V_a=4,43\sqrt{\frac{(P-p)_a}{(\varpi_a)_p^P}}\quad\text{et}\quad V_v=4,43\sqrt{\frac{(P-p)_v}{(\varpi_v)_p^P}},$$

d'où

$$\frac{\beta_a V_a}{\beta_v V_v}=\frac{\beta_a\sqrt{\dfrac{(\varpi_a)_p}{(\varpi_v)_p}}\times 4,43\sqrt{\dfrac{(P-p)_a}{(\varpi_a)_p^P}}}{\beta_v\times 4,43\sqrt{\dfrac{(P-p)_v}{(\varpi_v)_p^P}}},$$

comme ici $(P-p)_a=(P-p)_v$. Ce rapport devient

$$\frac{\beta_a V_a}{\beta_v V_v}=\frac{\sqrt{\dfrac{(\varpi_a)_p}{(\varpi_v)_p}}}{\sqrt{\dfrac{(\varpi_a)_p^P}{(\varpi_v)_p^P}}}=1,$$

comme il est indiqué ci-dessus; d'où, enfin,

$$(4)\qquad \frac{u_a}{u_v}=\frac{1+\beta_v}{1+\beta_a}\times\frac{V_1+\beta_a V_a}{V_1+\beta_v V_v}=\frac{1+\beta_v}{1+\beta_a}.$$

Si l'on appelle j le rendement mécanique du diffuseur, lequel reste constant, quel que soit le mélange gazeux qui le parcourt : vapeur-vapeur ou vapeur-air, on peut écrire immédiatement

$$(5)\qquad j\times\frac{(u_a)^2}{2g}=(p_f-p)_a\frac{1}{(\varpi_{\text{mél}})_p^{pf}}\quad\text{et}\quad j\times\frac{(u_v)^2}{2g}=(p_f-p)_v\frac{1}{(\varpi_v)_p^{pf}},$$

relation qui donne l'énergie cinétique à l'entrée du diffuseur, nécessaire pour créer la pression finale p_f. Dans le cas de mes expériences, on a : $(p_f-p)_a=(p_f-p)_v$; on trouve alors que $(u_a/u_v)^2=(\varpi_v)_p^{pf}/(\varpi_{\text{mél}})_p^{pf}$ ou, en tenant compte de la relation (4),

$$(6)\qquad \frac{u_a}{u_v}=\frac{1+\beta_v}{1+\beta_a}=\sqrt{\frac{(\varpi_v)_p^{pf}}{(\varpi_{\text{mél}})_p^{pf}}}.$$

Il est facile de voir que les résultats des mesures confirment exactement cette relation.

Faible compression. — Les expériences donnent :

$$\frac{1+\beta_v}{1+\beta_a}=\frac{2,66119}{3,29784}=0,80694 \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{(\varpi_v)_p^{pf}}{(\varpi_{\text{mél}})_p^{pf}}}=\sqrt{\frac{0,64182}{0,94454}}=0,82430,$$

soit un écart positif du second membre de + 2,15 pour 100.

Forte compression. — Les résultats de la première expérience donnent

$$\frac{1+\beta_v}{1+\beta_a}=\frac{1,108635}{1,150314}=0,96376 \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{(\varpi_v)_p^{pf}}{(\varpi_{\text{mél}})_p^{pf}}}=\sqrt{\frac{0,30936}{0,32167}}=0,98066,$$

soit un écart positif du second membre de + 1,75 pour 100.

La deuxième expérience donne

$$\frac{1+\beta_v}{1+\beta_a}=\frac{1,09267}{1,11882}=0,97662 \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{(\varpi_v)_p^{pf}}{(\varpi_{\text{mél}})_p^{pf}}}=\sqrt{\frac{0,30217}{0,31368}}=0,98147,$$

soit un écart positif de + 0,497 pour 100; l'écart moyen est donc, pour toutes les expériences, de

$$\frac{+2,15+1,75+0,497}{3}=1,466 \text{ pour } 100.$$

Étant donné le nombre des appareils de mesure : thermomètres et manomètres, qu'exigent ces expériences difficiles, ainsi que la mesure des sections de passage, les erreurs d'observation pouvant atteindre 2 pour 100, la vérification de la loi des débits et celle de la loi d'invariance de la pression finale peuvent donc être considérées comme satisfaisantes.

La pratique est ici complètement d'accord avec la théorie. Les thermocompresseurs employés dans les industries évaporatoires, pour comprimer de la vapeur prise à la pression atmosphérique, sont essayés en usine en aspirant l'air extérieur au lieu de vapeur, ce qui facilite les essais. Si la pression finale du mélange vapeur-air que l'on mesure ainsi est bien celle calculée, on est certain que l'appareil, une fois installé, donnera les résultats pour lesquels il a été construit avec le mélange vapeur-vapeur. On n'a jamais constaté de différence en employant cette méthode d'essais.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la similitude des ouvrages courts à surface libre.* Note [1] de MM. C. Camichel, L. Escande et G. Sabathe.

Nous avons eu l'occasion de préciser, dans nos études antérieures, la notion d'« ouvrage court » et de montrer son importance au point de vue

[1] Séance du 5 mars 1934.

de la similitude des phénomènes hydrauliques. Dans ces ouvrages, les pertes de charge sont proportionnelles au carré de la vitesse, par suite de la grande turbulence du mouvement; le simple frottement de glissement des couches liquides les unes sur les autres ne joue alors qu'un rôle secondaire dans la production des pertes d'énergie qui deviennent indépendantes de la viscosité propre du liquide.

Nous avons procédé à de nombreuses études expérimentales qui nous ont permis de vérifier l'exactitude de la notion d'ouvrage court, pour les systèmes en charge les plus variés ([1]); nous avons, en particulier, étendu cette notion à des nombres de Reynolds voisins de 3 millions, dans nos expériences de l'usine de Miègebat, de la Compagnie du Midi ([2]), et plus récemment à des nombres de Reynolds de l'ordre de 7 millions dans nos recherches effectuées sur la grande forme de radoub du port du Havre ([3]). Mais nous n'avions jamais eu encore l'occasion d'étudier l'application de la notion d'ouvrage court aux systèmes à surface libre.

Or l'importance de cette notion est beaucoup plus grande encore pour les systèmes à surface libre que pour les systèmes en charge; en effet, dans un cas comme dans l'autre, par suite de l'élimination de l'influence de la viscosité propre du liquide, la notion d'ouvrage court montre que la similitude peut être réalisée pour des mouvements à échelles différentes, pourvu que tous correspondent à des valeurs du nombre de Reynolds supérieures au seuil, mais, alors que, pour les systèmes en charge, cette disparition de la condition de l'égalité des nombres de Reynolds ne correspond qu'à une simplification des essais, elle représente, au contraire, un élément primordial pour les systèmes à surface libre pour lesquels la condition de Reynolds est incompatible avec la loi de Reech-Froude, dans le cas pratique où le même liquide s'écoule dans les divers modèles; mais une difficulté supplémentaire intervient, pour l'étude sur modèles réduits des ouvrages courts à surface libre, du fait de l'entraînement d'air particulièrement important qui se produit dans ces systèmes; en effet, cet entraînement d'air a une valeur relative d'autant plus importante, pour un mouvement donné, que celui-ci est réalisé à plus grande échelle, comme on le constate en particulier dans la formation des vortex ([4]), dans l'étude des évacuateurs de

([1]) *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 752; **182**, 1926, p. 881.
([2]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 750.
([3]) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 473.
([4]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1048.

crue à galerie souterraine ([1]), des siphons, des phénomènes de ressaut, des contractions latérales ([2]), pour ne citer que ces exemples.

Il y a donc gros intérêt à rechercher expérimentalement dans quelle mesure la loi de similitude de Reech-Froude s'applique en fait aux ouvrages courts à surface libre; dans ce but, nous avons étudié le plus caractéristique de ces types d'ouvrages : l'échelle à poisson.

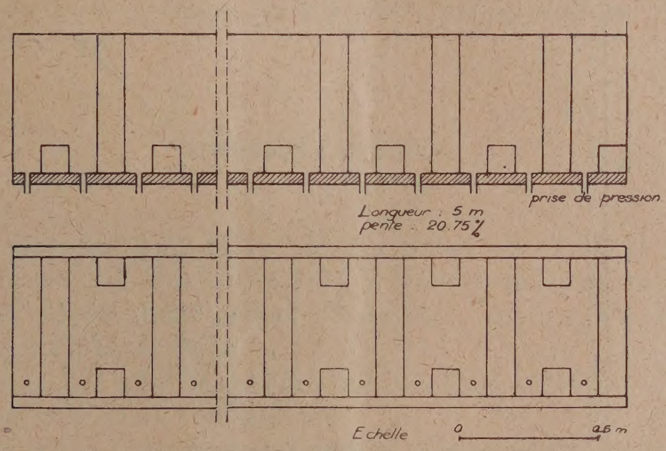


Fig. 1. — Disposition de l'échelle à poissons rabattue sur un plan horizontal.

Ayant seulement en vue l'étude de la nature du mouvement réalisé dans ces ouvrages, à l'exclusion des qualités particulières à leur destination, nous avons simplement étudié une échelle schématique obtenue en disposant une série de redans horizontaux et verticaux alternés dans un canal à forte pente comme le montre la figure 1; deux modèles réduits de cette échelle ont été réalisés avec des rapports de réduction respectivement égaux à 1/2 et 1/5. Nous avons tout d'abord déterminé, sur la grande échelle, la courbe donnant le débit absorbé Q, en fonction de la position du plan d'eau amont, déterminée par la charge H sur le seuil. Nous avons rapporté sur cette courbe les points obtenus dans les mesures effectuées sur les deux autres modèles par application de la loi de similitude de Reech-Froude, c'est-à-dire en multipliant les charges par λ et les débits par $\lambda^{5/2}$; λ désignant le rapport de similitude correspondant; la coïncidence est très bonne, comme

([1]) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 213.
([2]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 907

le montre la figure 2 : les divers points se groupent sur une même courbe.

D'autre part, nous avons déterminé la répartition des pressions, le long de l'échelle à poisson, pour six valeurs différentes du débit, et nous avons comparé les résultats obtenus avec ceux fournis par les modèles lorsqu'ils sont parcourus par des débits homologues. La loi de similitude s'applique sans divergence pour les trois débits les plus faibles, égaux respectivement

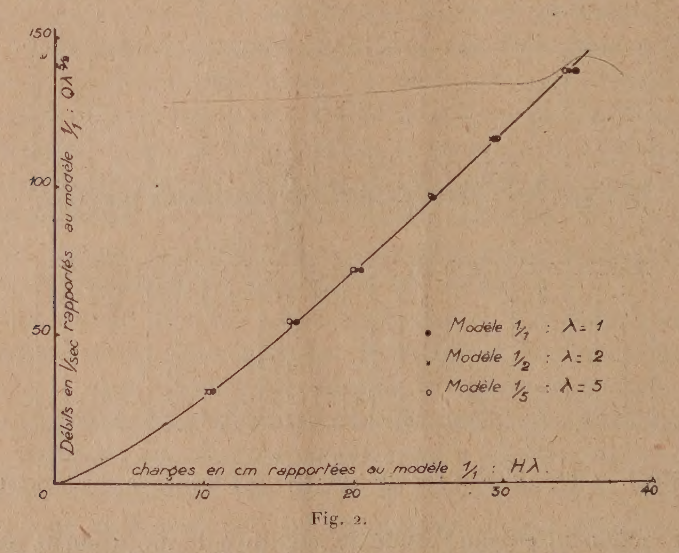


Fig. 2.

(chiffres correspondant à l'échelle à poisson) à 31,1 l/sec, 54,3 l/sec et 71,3 l/sec; par contre, une divergence apparaît vers l'extrémité aval de l'échelle pour le débit de 95,7 l/sec, les pressions à observer dans les petits modèles étant relativement plus grandes; enfin, pour les deux débits les plus forts, soit 115,5 l/sec et 138 l/sec les divergences existent tout le long de l'échelle et prennent des valeurs notables; pour ces forts débits, un entraînement d'air très important se produit dans la grande échelle à poisson.

On voit donc que ces résultats confirment en tous points les prévisions de la théorie : la turbulence des ouvrages courts permet la réalisation de la similitude de Reech-Froude tant que l'importance des entraînements d'air n'est pas suffisante pour introduire des divergences notables.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage *L'électron magnétique* (*Théorie de Dirac*).

M. **Paul Pascal**, par l'organe de M. **H. Le Chatelier**, fait hommage à l'Académie des tomes VI : *Métaux alcalins et alcalino-terreux. Industries des sels alcalins*, et XII : *Radioéléments. Gaz rares. Étude générale des alliages. Addenda*, du *Traité de Chimie minérale* publié sous sa direction. Secrétaire général : Paul Baud.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire de Physique végétale vacante au Muséum national d'Histoire naturelle, pour la première ligne M. *H. Colin* obtient 35 suffrages contre 11 à M. *Victor Hasenfratz* et 4 à M. *L. Plantefol*.

Pour la seconde ligne M. *L. Plantefol* obtient 24 suffrages contre 23 à M. *V. Hasenfratz*. Il y a 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation nationale comprendra :

En première ligne.................. M. **Henri Colin**.
En seconde ligne.................. M. **Lucien Plantefol**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Cent cinquantenaire de la fondation de l'École nationale supérieure des Mines de Paris*.

2° Marcel Dubois et J.-G. Kergomard. *Géographie économique*, 4e édition, par J.-G. Kergomard. (Présenté par M. J.-B. Charcot.)

3° M. A. Magnan. *La locomotion chez les animaux*. I : *Le vol des Insectes*. (Présenté par M. L. Bouvier.)

MM. **Léon Guillet** et le **Directeur de l'École nationale vétérinaire de Lyon** font connaître l'emploi qu'ils ont fait des subventions qui leur ont été accordées sur la *Fondation Loutreuil* en 1933.

MM. **Émile Brumpt** et **Albert Demolon** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section d'Économie rurale par le décès de MM. *A. Calmette* et *E. Roux*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales abéliennes avec les systèmes réductibles des périodes*. Note [1] de M. **Dmitri Mordoukhay-Boltowskoy**, présentée par M. Hadamard.

1. Si l'intégrale abélienne de première espèce $\int F(x, y)\,dx$ définie par la courbe

$$(x, y) = 0 \tag{1}$$

du genre p se ramène à des intégrales d'ordre inférieur de telle sorte que

$$\int F(x, y)\,dx = \sum_{j=1}^{j=n} \int \Phi_i(\xi^{(j)}, \eta^{(j)})\,d\xi^{(j)} \quad (i = 1, 2, 3, \ldots, \pi), \tag{2}$$

$$\Phi(\xi, \eta) = 0, \tag{3}$$

$(\xi^{(j)}, \eta^{(j)})$ étant des fonctions algébriques de (x, y) et la courbe (3) de genre inférieur π, on doit avoir, ou la réduction *complète* des périodes des intégrales de première espèce,

$$\Omega_{k,j} = \sum_{l=1}^{l=2\pi} \alpha_{j,l}\,\omega_{k,l} \quad (j = 1, 2, \ldots, 2p;\ k = 1, 2, \ldots, 2\pi), \tag{4}$$

$\alpha_{j,l}$ étant des nombres entiers, quand π intégrales se ramènent à des sommes $\sum_{j=1}^{j=\sigma} \int \Phi_i(\xi^{(j)}, \eta^{(j)})\,d\xi^{(j)}$ $(T = \pi)$, ou la réduction *incomplète*

$$\Omega_{k,j} = \sum_{l=1}^{l=2\pi} \alpha_{j,l}\,\omega_{k,l} = S_{j,k} \quad (j = 1, 2, \ldots, 2p;\ k = 1, 2, \ldots, \mu), \tag{5}$$

$$S_{j,l} = 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, 2p;\ l = \mu + 1, \mu + 2, \ldots, \pi); \tag{6}$$

ce qui doit arriver quand il se trouve parmi les sommes S_i telles qui se ramènent non à l'intégrale de première espèce mais à des *constantes*.

---

[1] Séance du 26 décembre 1933.

Kœnisgberger [1], en démontrant la nécessité de la réduction des intégrales de première espèce dans chaque réduction, n'a pas remarqué ce cas exceptionnel (qui doit avoir lieu comme on pourra démontrer, par exemple, quand on a la réduction monome *irrationnelle*).

Il faut ici remarquer que la réduction des périodes n'entraîne la réduction des intégrales que dans les cas où $\pi = 1, 2, 3$.

2. *Mais la réduction des périodes doit entraîner quelques propriétés algébriques des intégrales.* Picard [2] indique que le système des équations abéliennes $\sum_{j=1}^{i=\sigma} \int F_i(x^{(j)}, y^{(j)})\,dx^{(j)} = 0$ $(j = 1, 2, \ldots, \sigma - 1)$ doit avoir ces solutions algébriques pour $\sigma = n + 1 < p + 1$.

Voici encore une propriété plus générale. Il est bien connu que la somme des M intégrales abéliennes se ramène à la somme de p intégrales. On peut la démontrer au moyen des résultats de Weierstrass [3] et de Poincaré [4].

Dans le cas de la réduction *complète* des périodes de l'intégrale $\int F(x, y)\,dx$, on pourra faire la réduction à la somme de $\pi < p$ intégrales, c'est-à-dire on a

$$(7)\qquad \sum_{j=1}^{j=M} \int F_i(x^{(j)}, y^{(j)})\,dx^{(j)} = \sum_{i=1}^{j=\pi} \int F_i(x^{(j_1)}, y^{(j_1)})\,dx^{(j_1)},$$

$(x^{(j_1)}, y^{(j_1)})$ étant des fonctions algébriques de $(x^{(j)}, y^{(j)})$.

Dans le cas de la réduction *incomplète*, on peut faire la réduction à la somme des $\sigma = \pi$ intégrales. En effet, on peut supposer que $\omega_{k,l}$ comme π_{kj} sont réduites au système normal.

3. Nous allons encore indiquer une autre propriété remarquable. En général la réduction de l'intégrale de première espèce $\int F_i(x, y)\,dx$, à la somme $\sum_{i=1}^{i=n} \int \Phi_i(\xi_i, \eta_i)\,d\xi_i$ des intégrales d'ordre inférieur suppose la réduction de π intégrales de première espèce à laquelle répond la

---

(1) Kœnigsberger, *Journal de Crelle*, 89, 1880, p. 89; *Allgemeine Untersuchungen aus der Theorie der Differential Gleichungen* (Leipzig, 1882, p. 28).

(2) Picard, *Comptes rendus*, 95, 1882, p. 898-902, et *Bulletin de la Société mathématique de France*, 11, 1883, p. 25.

(3) Weierstrass, *Math. Werken*, 2, Berlin, 1932, p. 45-48.

(4) H. Poincaré et É. Picard, *Comptes rendus*, 97, 1883, p. 1287.

réduction complète des périodes, mais on peut avoir le cas *critique* quand $i = 1, 2, \ldots, \mu$ et

$$\sum_{j=1}^{j=n} \int \Phi_i[\xi^{(j)}, \eta^{(j)}]\, d\xi^{(j)} = C \qquad (i = \mu + 1, \ldots, \pi), \tag{16}$$

qui répond à la réduction *incomplète*.

Dans ce cas, on a : *a*. la réduction des périodes $\Omega_{k,j}\, k = 1, 2, \ldots, \mu$; *b*. ou la réduction des $\omega_{l,t}$ $(l = \mu + 1, \ldots, \pi)$.

En effet, on déduit les équations (6), dont $\overline{2p - 2\pi + \lambda}$ doivent être des conséquences des $\overline{2\pi - \lambda}$ autres $(\lambda > 0)$. Alors $\Omega_{k,j}$ se ramènent à $\overline{2\pi - \lambda}$ périodes.

Si $\lambda = 2k$, on a $\pi - \mu \geqq k$ ou $\mu > \pi - k$. Dans le premier cas, on établit qu'il y a la réduction de $\omega_{l,t}$ $(l > \mu)$; dans le second, des $\Omega_{k,j}$ $(k \leqq \mu)$.

Si $\lambda = 2k + 1$, on a $\pi - \mu \geqq k + 1$ ou $\mu > \pi - k - 1$, c'est-à-dire $\mu \geqq \pi - k$. Dans le premier cas, on a la réduction de $\omega_{l,t}$ $(l \geqq \mu + 1)$ à $\varepsilon_{l,\nu}$ $(\varepsilon_{l,2k+2} = 0)$ et, dans le second, $\Omega_{k,j}$ $(k < \mu)$ à $E_{k,s}$ $(E_{k,2\pi-2k} = 0)$.

Pour la réduction des $\omega_{l,t}$ $(l > \mu)$, on peut profiter du théorème démontré par H. Poincaré [1] : « Si les périodes de $\int \Phi_i(\xi, \eta)\, d\xi$ $(i = \mu + 1, \ldots, \pi)$ se ramènent au système $\varepsilon_{l,\nu}$ d'ordre $\rho < \pi$, il existe μ intégrales $\int \Phi_i(\xi, \eta)\, d\xi$ $(i = 1, 2, \ldots, \mu)$ avec un système des périodes réductible au système $\varepsilon_{l,\nu}$ d'ordre $\pi - \rho$. Mais la somme des intégrales se ramène alors à la somme des $\sigma \leqq \pi - \rho$ intégrales. » *Si l'on a le cas critique du théorème de Kœnigsberger et si l'intégrale* $\int F(x, y)\, dx$ *ne se ramène pas à l'intégrale d'ordre* $\rho < \pi$ *on peut ramener* $\int F(x, y)\, dx$ *à la somme de* $\sigma < \pi$ *intégrales.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *L'équation différentielle de Hill dans le domaine complexe.* Note de M. **J. O. Strutt**, présentée par M. Hadamard.

On a démontré (voir *Ergebnisse der Mathematik*, 1, fasc. 3; Berlin, Springer, 1932) que l'équation différentielle de Hill

$$\frac{d^2u}{dz^2} + [\lambda + \Phi(z)]\, u = 0, \tag{1}$$

---

(1) *Bull. Soc. math.*, **12**, 1884, p. 124; *Amer. Math. Journ.*, **8**, 1886, p. 283.

où Φ est une fonction doublement périodique de z, ayant les périodes $2\omega_1$ et $2\omega_2$, comprend comme cas spéciaux presque toutes les équations différentielles de la physique mathématique. Parmi celles-ci sont les équations de Bessel, de Hermite, de Laguerre, de Legendre, de Schrödinger, de Mathieu et de Lamé. Il faut prendre z, λ, Φ et u complexes. Tandis que la théorie connue (voir *loc. cit.*) se restreint en général à des valeurs réelles de ces grandeurs, on trouvera ici quelques propriétés remarquables de l'équation (1) dans le domaine complexe.

Cherchons une solution u de (1), telle que $u(z_1+\omega)=\sigma u(z_1)$, où $\omega=2m\omega_1+2n\omega_2$ et m, n des entiers. Déterminons un couple u, v de solutions de (1), telles que $u(z_1)=1$, $u'(z_1)=0$, $v(z_1)=0$, $v'(z_1)=1$. Alors on trouve

$$\sigma^2+\sigma[u(z_1+\omega)+v'(z_1+\omega)]+1=0. \tag{2}$$

La valeur de σ ne dépend pas de z_1, mais seulement de ω, λ et Φ. Elle est donc un invariant de l'équation (1). Le discriminant de l'équation (2) est

$$F(\lambda, \omega, \Phi)=F_a F_b=\{u(\omega)+v'(\omega)-2\}\{u(\omega)+v'(\omega)+2\}. \tag{3}$$

On montre que F est une fonction entière de λ. Une valeur du paramètre λ est dite *stable* si les deux valeurs de σ tirées de (2) ont le module 1; soit $|\sigma|=1$; elle est dite *instable*, si les deux valeurs de σ sont complexes ou réelles avec $|\sigma|\gtrless 1$. On trouve que la condition nécessaire et suffisante pour que λ soit stable est F réel et négatif. Si $F_a=0$, on a $\sigma=+1$; donc il y a une solution périodique avec période ω. Les valeurs de λ correspondant à ce cas sont dites *périodiques*. Si $F_b=0$, on a $\sigma=-1$; donc il y a une solution demi-périodique (période 2ω). Les valeurs correspondantes de λ sont dites *demi-périodiques*. Les valeurs périodiques et demi-périodiques de λ sont dites *valeurs caractéristiques* de (1). Le but de notre travail est de trouver la répartition des valeurs caractéristiques, des valeurs stables et des valeurs instables de λ dans le plan complexe λ.

Les démonstrations ont pour base la théorie des courbes $\mathrm{J}m(\mathrm{F})=0$ et $\mathrm{R}e(\mathrm{F})=0$ dans le plan λ. On montre que, F étant une fonction entière, ces courbes ne peuvent pas se fermer ni se terminer dans la partie finie du plan λ. De la solution asymptotique de (1), en prenant $\lambda=\Lambda^2 e^{2i\varphi}$ et $\Lambda\to\infty$, on conclut qu'il existe une quantité dénombrablement infinie de valeurs caractéristiques discrètes de l'équation (1). De plus, on trouve que toutes les valeurs caractéristiques sont situées dans une partie du plan λ, telle que $|\lambda_2|<\Phi_{2\max}$ et $-\lambda_1>+\Phi_{1\max}$, où $\lambda=\lambda_1+i\lambda_2$, $\Phi=\Phi_1+i\Phi_2$, $\Phi_{2\max}$ est le maximum de la valeur absolue de Φ_2, $\Phi_{1\max}$ le maximum de la valeur absolue de Φ_1, le long du chemin $z\to z_1+\omega$ choisi.

En étudiant la répartition asymptotique des valeurs caractéristiques dans ladite partie du plan λ, si λ_1 est grand et positif, on trouve que toutes les valeurs caractéristiques sont alors situées sur une seule courbe $Jm(F) = 0$, dite chaîne asymptotique de valeurs caractéristiques. Cette chaîne asymptotique, pour $\lambda_1 \to +\infty$, tend vers l'axe réel et positif du plan λ. Sur la chaîne asymptotique, deux valeurs demi-périodiques de λ sont suivies de deux valeurs périodiques, etc. La partie de la chaîne entre deux valeurs caractéristiques de la même espèce correspond à des valeurs instables de λ, tandis qu'une partie de la chaîne entre deux valeurs caractéristiques d'espèces différentes correspond à des valeurs stables de λ. En appliquant la théorie aux équations différentielles dans le domaine réel, on trouve que la partie susdite du plan λ, comprenant toutes les valeurs caractéristiques, se réduit à l'axe réel λ_1; la chaîne asymptotique retombe sur cet axe et, puisqu'elle ne peut terminer, s'étend de $\lambda_1 = +\infty$ jusqu'à $\lambda_1 = -\infty$. Les théorèmes déduits pour la chaîne asymptotique sont alors valables pour toutes les valeurs de λ. On retrouve les importants théorèmes de O. Haupt (voir *Ergebnisse der Mathematik*, *loc. cit.*, p. 15) pour le cas réel, sans se servir directement des théorèmes oscillatoires de F. Klein.

On déduit encore de là deux théorèmes sur la répartition des valeurs stables et instables de λ dans le domaine complexe, dont le plus important est : En partant d'un point stable d'une courbe $Jm(F) = 0$ dans le plan λ, on atteint, en suivant un chemin entièrement composé de parties de courbes $Jm(F) = 0$, un point instable d'une telle courbe et ceci a lieu dans une partie finie du plan λ.

En étudiant l'équation de Hill à deux paramètres :

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + [\lambda + \gamma \Phi(z)] u = 0, \tag{3}$$

on trouve d'abord qu'une valeur caractéristique λ est une fonction entière de γ. Les valeurs caractéristiques de λ sont situées sur des courbes dans l'espace composé du plan λ et de l'axe $|\gamma|$. On trouve que ces courbes ont des propriétés simples si $|\lambda| + |\gamma|$ est grand. Dans ce cas, une valeur caractéristique demi-périodique de λ se rapproche de plus en plus de la valeur caractéristique périodique voisine.

L'application de ces résultats à l'équation d'onde de Lamé

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + [H\wp^2(z) + k\wp(z) + l] u = 0 \tag{4}$$

(voir *Ergebnisse der Math.*, *loc. cit.*, p. 60) donne l'existence des fonctions d'onde de Lamé et, en outre, montre que, se rapportant à l'espace ellipsoïdal entier, K et L sont réels si H est réel.

L'application à l'équation de Mathieu

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + (\lambda + i\gamma \cos z) u = 0, \tag{5}$$

où γ est réel, montre que, pour $\gamma \to \pm\infty$, deux valeurs caractéristiques voisines λ se rapprochent, conformément à ce qu'on a trouvé plus haut. Ce fait a été vérifié par le calcul direct.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Remarques sur les fonctions holomorphes dans un angle et les algébroïdes méromorphes dans le plan.* Note de M. **A. Rauch**, présentée par M. Émile Borel.

I. *Soit* $f(z)$ *holomorphe dans le secteur* A : $|z| \geqq 1/2$, $|\arg z| \leqq A/2$, *soit* B *un secteur complètement intérieur à* A, *si*

$$\iint_A \log(|f(z)| + |f(z)|^{-1}) \frac{d\sigma}{|z|^{\lambda+2}} \tag{1}$$

converge, on peut dire que :

1° $\Sigma r_n^{-\lambda}(B; f=0)$ *étendue aux zéros situés dans* B *converge ;*

2° $|\arg f(z)| \leqq |\arg f(1)| + \varepsilon |z|^\lambda$, *où* $|z| \geqq z_0$ *et dans* B.

On suppose pour 2° $f(z)$ prolongée dans B à partir de $f(1)$. En réponse à une question posée par M. Valiron [1], on voit en appliquant sa méthode que ses théorèmes V, VI, VII s'étendent aux fonctions (1). Cet auteur a d'ailleurs montré [2] que l'extension se fait avec des hypothèses moins restrictives.

Pour démontrer 1°, partageons B en quadrilatères $Q(p, q)$ par les demi-droites

$$\arg z = \pm \frac{\alpha}{2}(2p+1) \quad [p = 0, 1, 2, \ldots, P;\ \alpha(2P+1) = B],$$

et les cercles

$$|z| = \frac{(1+\alpha)^q}{2} \qquad (q = 0, 1, 2, \ldots).$$

Soient $|f(x)|$ le minimum de $|f(z)|$ dans Q, $r = r(p, q)$ le rayon du plus petit cercle de centre x et contenant Q, $C(p, q)$ la couronne concentrique

(1) *Journ. de Villat*, **10**, 1931, p. 472.

(2) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 749.

de rayons $6r/4$ et $7r/4$, kr le rayon du cercle de C sur lequel $\int_{kr} \log|f(z)|\,d\theta$ est minimum. On a

$$n(Q; f=0) \leqq n(r; f=0) \leqq \text{const.} \log|f(x)|^{-1} + \frac{1}{2\pi}\int_{kr} \log|f(z)|\,d\theta,$$

$$\log|f(x)|^{-1} = \frac{\text{const.}}{r^2}\int\int_{Q} \log|f(z)|^{-1}\,d\sigma \leqq \frac{\text{const.}}{\alpha^2}\int\int_{Q} \log[|f(z)| + |f(z)|^{-1}]\frac{d\sigma}{|z|^2},$$

$$\int_{kr} \log|f(z)|\,d\theta \leqq \frac{\text{const.}}{\alpha^2}\int\int_{C} \log[|f(z)| + |f(z)|^{-1}]\frac{d\sigma}{|z|^2}.$$

En tenant compte de l'hypothèse (1) on en déduit 1° si α est assez petit.

Pour démontrer 2°, appliquons le théorème de Poisson-Jensen-Nevanlinna [1]. On obtient

$$\operatorname{Log}\frac{f(x)}{f(0)} + \sum_{R} \operatorname{Log}\frac{g_i(x)}{g_i(0)} = \frac{1}{2\pi}\int_{R} \log|f(z)|\frac{2x}{z-x}\,d\theta,$$

$$z = Re^{i\theta}, \qquad g_i(x) = \frac{x - R^2/\overline{a}_i}{x - a_i}.$$

Suivons le segment Ox, prenons $R/4 \leqq r \leqq 3R/4$. On obtient, en remarquant que

$$|\arg g_i(x) - \arg g_i(0)| < 2\pi,$$

$$|\arg f(x)| \leqq |\arg f(0)| + \text{const.}\, n(R; f=0) + \int_{R} \log[|f(z)| + |f(z)|^{-1}]\,d\theta.$$

On appliquera ce résultat à des cercles analogues à ceux plus haut en utilisant les quadrilatères situés sur le segment $1|z|$ et sur l'arc de cercle $|z|z$. Par itération on en déduit 2°.

II. Soit $u(z)$ l'algébroïde aux ν branches $u_q(z)$ $(q = 1, 2, \ldots)$, d'ordre $\rho < k$ définie par

$$U(z, u) \equiv A_\nu(z)u^\nu + A_{\nu-1}(z)u^{\nu-1} + \ldots + A_0(z) = 0.$$

On a 3° :

$$\int_1^\infty \Sigma \overset{+}{\log}|u_q(re^{i\theta_0})|\sin k(\theta_1 - \theta_0)\frac{dr}{r^{k+1}} \leqq \text{const.}\sum \frac{1}{r_n^k(B;\ A_\nu = 0)}$$
$$+ \int_1^\infty \Sigma \overset{+}{\log}|u_q(re^{i\theta_1})|\sin k(\theta_0 - \theta_2)\frac{dr}{r^{k+1}} + \int_1^\infty \Sigma \overset{+}{\log}|u_q(re^{i\theta_2})|\sin k(\theta_1 - \theta_0)\frac{dr}{r^{k+1}} + \text{const.}$$

$$\theta_2 < \theta_0 < \theta_1, \qquad \theta_1 - \theta_2 < \frac{\pi}{k}; \qquad \text{domaine B} : |z| \geqq 1, \qquad \theta_2 \leqq \arg z \leqq \theta_1.$$

---

[1] R. NEVANLINNA, *Le théorème de Picard-Borel et la théorie des fonctions méromorphes.* Paris, Gauthier-Villars, p. 4.

Pour u fixe, U est entière d'ordre $\leqq \rho$, donc, d'après une égalité de M. Valiron [1],

$$\int_1^\infty \log|U(re^{i\theta_0}, u)| \frac{dr}{r^{k+1}} \sin k(\theta_1-\theta_0) \leqq \int_1^\infty \log|U(re^{i\theta_1}, u)| \frac{dr}{r^{k+1}} \sin k(\theta_0-\theta_2) + \int_1^\infty \log|U(re^{i\theta_2}, u)| \frac{dr}{r^{k+1}} \sin k(\theta_1-\theta_0) + \text{const.}$$

D'ailleurs, d'après le même auteur,

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \log|U(z, e^{i\alpha})|\, d\alpha = \log|A_\nu(z)| + \Sigma \overset{+}{\log}|u_q(z)| \quad (^2),$$

$$\int_1^\infty \log|A(re^{i\theta_0})| \sin k(\theta_1-\theta_2) \frac{dr}{r^{k+1}} + \frac{2\pi}{k} \sum \frac{\delta_n}{r_n^k(B;\ A_\nu=0)}$$
$$= \int_1^\infty \log|A(re^{i\theta_1})| \sin k(\theta_0-\theta_2) \frac{dr}{r^{k+1}} + \int_1^\infty \log|A(re^{i\theta_2})| \sin k(\theta_1-\theta_0) \frac{dr}{r^{k+1}} + \text{const.}$$
$$(0 \leqq \delta_n \leqq 1).$$

3° peut servir si les zéros de $A_\nu(z)$ sont du type convergent de l'ordre ρ ou si $A_\nu(z) \equiv 1$.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur l'interaction relativiste quantique.* Note [3] de M. K. Nikolsky, présentée par M. Louis de Broglie.

Le but de cette Note est de suggérer une méthode simple pour discussion de l'interaction relativiste quantique.

Nous nous proposons de traiter la conception de l'interaction dans les problèmes de mécanique ondulatoire comme le principe de correspondance raffiné.

La notion fondamentale de ce principe de correspondance est la parenthèse quantique de Poisson (la parenthèse de Dirac) :

$$(\alpha) \qquad \frac{df}{dt} = \frac{i}{h}(fH - Hf), \qquad \frac{d^\mu f}{dt^\mu} = \left(\frac{i}{h}\right)^\mu \sum_{\alpha=0}^{\mu} (-1)^{\mu-\alpha} \binom{\mu}{\mu-\alpha} H^{\mu-\alpha} f H^\alpha.$$

L'équation quantique s'obtient en formant, à partir de la fonction quel-

(1) *Loc. cit.*, p. 467, (13).

(2) *Bull. Soc. math.*, 59, 1931, p. 19, (3).

(3) Séance du 5 mars 1934.

conque classique, un opérateur f; pour cela on remplace les dérivées f^{μ}_{t} par les parenthèses de Dirac (a).

Considérons tout d'abord un système classique de deux électrons. L'interaction de deux électrons classiques est déterminée dès que l'on connaît les potentiels retardés φ, $\vec{A}$ et les équations du mouvement; aussi, le potentiel cinétique

$$(b) \qquad \mathfrak{L} = e\varphi - \frac{1}{c}(\vec{v}.\vec{\mathfrak{A}})$$

peut être considéré comme l'une des notions fondamentales pour la discussion de l'interaction classique.

Pour obtenir l'opérateur de potentiel retardé, nous appliquerons la série classique de Lagrange

$$\varphi = \int de \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\mu}}{\mu!\,c^{\mu}} \frac{\partial^{\mu}}{\partial t^{\mu}}(r^{\mu-1}); \qquad \vec{A} = \int de \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\mu}}{\mu!\,c^{\mu}} \frac{\partial^{\mu}}{\partial t^{\mu}}(\vec{v}\, r^{\mu-1}).$$

En y remplaçant $\partial^{\mu}/\partial t^{\mu}$ par les parenthèses de Dirac, on trouve les opérateurs pour les potentiels retardés

$$(c) \qquad \left\{ \begin{aligned} \varphi &= \int de \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\mu}}{\mu!\,c^{\mu}} \left(\frac{i}{h}\right)^{\mu} \sum_{\alpha=0}^{\mu} (-1)^{\mu-\alpha} \binom{\mu}{\mu-\alpha} H^{\mu-\alpha} r^{\mu-1} H^{\alpha}, \\ \vec{A} &= \int de \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\mu}}{\mu!\,c^{\mu}} \left(\frac{i}{h}\right)^{\mu} \sum_{\alpha=0}^{\mu} (-1)^{\mu-\alpha} \binom{\mu}{\mu-\alpha} H^{\mu-\mu} r^{\mu-1} \vec{v} H^{\alpha}. \end{aligned} \right.$$

Le potentiel cinétique est donné par l'opérateur du type (b).

Remarquons que chacune des expressions (b), (c) ne dépend plus que de deux des grandeurs quantiques H et $\vec{r}$.

Les équations (c) et (b) permettent de trouver l'expression pour l'énergie mutuelle magnéto-électrique de deux électrons.

Dans le but d'obtenir cette expression, prenons l'opérateur de Dirac pour le potentiel cinétique

$$(d) \qquad V = e\varphi - (\vec{\alpha}, \vec{A}) \qquad (c\vec{\alpha} = \vec{r}),$$

avec les potentiels retardés (c).

Pour trouver l'expression (d) en fonction de coordonnées de deux électrons, il faut porter dans l'équation (d) la fonction symétrique de Hamilton, H, pour deux électrons :

$$(e) \qquad H = \text{const.}\,(H_1 + H_2).$$

Cette formule montre alors que nous introduisons le temps commun, t, pour le système.

La formule (d) peut se décomposer comme suit :

$$(f) \qquad V = V_{11}(H_1, r) + V_{22}(H_2, r) + V_{12}(H_1, H_2, r).$$

Les expressions v_{11} et v_{22} nous donne l'énergie propre des électrons. Le troisième terme de notre développement est symétrique en H_1 et H_2 et représente l'énergie mutuelle de deux électrons. Il est possible de déduire de ce principe de correspondance l'expression de Breit et aussi celle de Möller pour l'énergie mutuelle de deux électrons [1].

L'expression de Breit est formée des premiers termes de la série v_{12}. L'expression de Möller est formée par les termes de puissances paires en c et symétrique en H_1 et H_2. Les termes de puissances impaires en c sont les termes dissipatifs.

En effectuant les calculs on obtient pour les valeurs des termes v_{12}, pairs et symétriques, l'expression donnée par O. Scherzer [2].

Les considérations précédentes montrent comment par application de l'argument de correspondance il est possible de manière simple de tirer des formules classiques sur l'interaction les formules quantiques correspondantes.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un nouveau procédé d'intégration de l'équation des ondes électromagnétiques et son application à la physique de l'électron.* Note [3] de M. **René Reulos**, présentée par M. Louis de Broglie.

Soient un axe $x'Ox$, M un point de l'espace situé à une distance r de O, θ l'angle que OM fait avec Ox. Construisons le trièdre mobile trirectangle unitaire : $\vec{\rho}$, $\vec{\tau}$, $\vec{\nu}$, ayant M pour sommet, $\vec{\rho}$ dans le prolongement de OM, $\vec{\tau}$ dans le plan méridien M O x s'obtient en faisant tourner $\vec{\rho}$ de $+\pi/2$, $\vec{\nu}$ per-

---

(1) Remarquons que, par exemple,

$$\varphi_{\text{Breit}} = \frac{e^2}{r} + \frac{e_1 e_2}{2 h^2 c^2}[H_1 H_2 r - H_2 r H_1 - H_1 r H_2 + r H_1 H_2] + \ldots.$$

Voir G. Breit, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 553; Ch. Möller, *Z. f. Phys.*, 70, 1930, p. 686.

(2) O. Scherzer, *Z. f. Phys.*, 83, 1933, p. 277.

(3) Séance du 5 mars 1934.

pendiculaire à ce plan, de sens tel que le trièdre soit direct. Le champ électrique en M, d'un élément d'électricité de charge e, immobile, placé en O, a pour expression $\vec{E} = \vec{\rho}\, e/r^2$ qui vérifie l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = 0.$$

S'il est en mouvement, son champ est modifié. Nous admettons qu'il vérifie l'équation

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$$

qui généralise l'équation précédente, cette équation a pu être intégrée dans ce cas à l'aide de la théorie des potentiels retardés qui conduit aux formules de Liénard et de Thomson.

Nous signalons un procédé d'intégration assez simple basé sur des développements en série de tourbillons. Considérons la suite infinie de vecteurs : $\vec{A}_0, \vec{A}_2, \vec{A}_3, \ldots, \vec{A}_{2n}, \vec{A}_{2n+1}, \ldots$, dont le terme fondamental $\vec{A}_0$ dérive d'un potentiel scalaire et d'un potentiel vecteur ($\mathrm{Div}\,\vec{A}_0 = 0$, $\overrightarrow{\mathrm{Rot}\,A_0} = 0$) et dont les termes successifs sont définis par les relations de récurrence

$$(1) \qquad \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}_{2n}}{\partial t} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,A_{2n+1} \qquad \mathrm{Div}\,\vec{A}_{2n+1} = 0,$$

$$(2) \qquad \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}_{2n+1}}{\partial t} = -\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,A_{2n+2} \qquad \mathrm{Div}\,\vec{A}_{2n+2} = 0.$$

Supposons que la somme des termes d'indices pairs et la somme des termes d'indices impairs forment deux séries convergentes et posons :

$$\vec{E} = \vec{A}_0 + \vec{A}_2 + \ldots + \vec{A}_{2n} + \ldots \qquad \vec{H} = \vec{A}_1 + \vec{A}_3 + \ldots + \vec{A}_{2n+1} + \ldots.$$

En ajoutant toutes les relations telles que (1) on obtient

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \overrightarrow{\mathrm{rot}\,H}, \qquad \overrightarrow{\mathrm{Div}\,H} = 0.$$

En ajoutant toutes les relations telles que (2) et en tenant compte de ce que $\overrightarrow{\mathrm{rot}\,A} = 0$, on a

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,E, \qquad \mathrm{Div}\,\vec{E} = 0.$$

Ces équations, qui ne sont autres que celles de Maxwell, permettent d'identifier le vecteur $\vec{H}$ avec le champ magnétique; elles entraînent comme conséquences :

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}, \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2}.$$

Nous avons le champ électrique cherché et du même coup le champ magnétique. Le calcul numérique est simple, nous prenons $\vec{A}_0 = \vec{\rho}/r^2$, la dérivation par rapport au temps se fait par l'intermédiaire de dr/dt, $d\theta/dt$, dv/dt, ... On ne conservera que les solutions qui ne présentent d'autres singularités que $r = 0$, le champ électrique devant tendre vers $\vec{\rho}/r^2$ lorsque v et ses dérivés par rapport au temps tendent vers zéro.

Dans le cas de l'électron en mouvement uniforme de vitesse v dirigée suivant l'axe des x, on est conduit à un développement sommable, convergent pour $v/c < 1$. On arrive à la formule

$$\vec{E} = \vec{\rho}\,\frac{e}{r^2}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{-\frac{3}{2}} f\left(\frac{v}{c}\right).$$

On trouve simultanément :

$$\vec{H} = \vec{\nu}\,\frac{e}{r^2}\,\frac{v}{c}\sin\theta\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\sin\theta\right)^{-\frac{3}{2}} f\left(\frac{v}{c}\right)$$

ou $\vec{H} = \vec{v}/c \wedge \vec{E}$. Si l'on prend $f(v/c) = 1 - v^2/c^2$, on a les formules de Thomson.

Dans le cas où le mouvement de l'électron est uniformément accéléré, il suffit de conserver dans la dérivation par rapport au temps les termes en $\gamma = dv/dt$. Le premier terme magnétique n'est pas affecté, il a encore pour expression $\vec{H} = \vec{\nu} ev \sin\theta/cr^2$. La correction se manifeste dans les termes du deuxième ordre. Appelons $\vec{\gamma}_r$ la composante radiale de l'accélération, $\vec{\gamma}_t$ sa composante tangentielle; on trouve

$$\vec{E} = -\frac{e}{c^2 r}\left(\vec{\gamma}_r - \frac{1}{2}\vec{\gamma}_t\right) + \vec{E}',$$

$\vec{E}'$ étant un vecteur sans divergence, ni tourbillon, le terme $e\vec{\gamma}_t/2c^2 r$ dérive d'un potentiel, sa divergence n'est pas nulle, il est analogue au terme de Lorentz. Le terme $-e\vec{\gamma}_r/c^2 r^2$ ne dérive pas d'un potentiel, sa circulation le long

d'un circuit fermé est égale au flux de son tourbillon, le vecteur $1/c.\partial\overrightarrow{A_1}/\partial t$, ou encore à la dérivée par rapport au temps du flux du vecteur $\overrightarrow{A_1} = \overrightarrow{v}ev\sin\alpha/c^2r^2$; il rend compte de la f. e. m. induite dans les circuits fermés soumis à l'influence d'un courant variable. Le champ résultant est conservatif. Le vecteur de Poynting se trouve modifié par le fait que notre vecteur magnétique se développe suivant les puissances impaires de $1/c$.

Les résultats obtenus par cette méthode sont indépendants de toute hypothèse sur la structure de l'électron. Pour l'électron en mouvement uniforme, ils donnent des résultats qui généralisent ceux de la mécanique classique. Pour l'électron en mouvement accéléré, ils accusent une divergence avec les théories classiques, dont il serait intéressant de connaître la cause.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le moment dipolaire de l'anhydride acétique et sur quelques anomalies présentées par des acides de la série grasse.* Note de MM. **Arcadius Piekara** et **Bruno Piekara**, présentée par M. A. Cotton.

L'un de nous, en étudiant récemment la polarisation diélectrique de mélanges au voisinage du point critique de solubilité ([1]), a fait quelques essais avec l'anhydride acétique. Comme le moment dipolaire de cette substance n'était pas connu alors, nous nous sommes décidés à le mesurer. Récemment C. T. Zahn ([2]) a bien publié un travail dans lequel il a indiqué que la valeur du moment électrique de cette molécule est comprise entre $2,7$ et $2,9.10^{-18}$ u.e.s. Mais il souligne que sa méthode, qui consiste à mesurer la constante diélectrique à l'état de vapeur, s'est heurtée, dans le cas de cette substance, à des difficultés considérables, de sorte qu'elle ne permettait pas de faire une détermination plus précise du moment.

Nous avons examiné la polarisation moléculaire P de l'anhydride acétique dissous dans du sulfure de carbone en fonction de la concentration (c) et de la température. Les substances utilisées ont été soigneusement purifiées et plusieurs fois distillées. La figure indique seulement les résultats obtenus pour deux températures, 5° et 25°. Par extrapolation

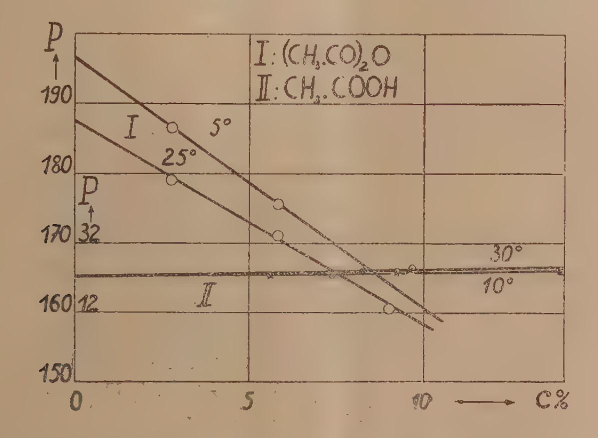
([1]) *Bull. de l'Ac. Pol. des Sc. Cracovie*, série A, 1933, p. 319.

([2]) *Phys. Zeitschr.*, 34, 1933, p. 570.

jusqu'à une concentration nulle on obtient la polarisation P_∞ des molécules non associées, polarisation qui, d'après la théorie de Debye, s'exprime par la formule bien connue

$$P_\infty = A + \frac{4\pi N\mu^2}{9kT}.$$

Le moment électrique μ peut se calculer par deux méthodes : 1° en examinant la dépendance de P_∞ de la température; 2° en admettant pour A la



valeur connue, d'autre part (on admet ou bien la valeur de la réfraction moléculaire, ou bien celle de la polarisation à l'état solide). Nos résultats pour l'anhydride acétique sont les suivants :

Méthode 1 : $(P_\infty)_{25°} = 187^{cm^3},5$, $(P_\infty)_{5°} = 196^{cm^3},5$, $\mu = 2,46 . 10^{-18}$;
Méthode 2 : $(P_\infty)_{25°} = 187^{cm^3},5$, $A = R_D = 22^{cm^3},4$, $\mu = 2,82 . 10^{-18}$.

Comme l'un de nous l'a montré [3] la méthode 2 fournit des valeurs de μ plus approchées de la valeur vraie, que celles données par la méthode 1. Aussi adoptons-nous le résultat donné par la seconde méthode. Cette valeur est d'ailleurs comprise dans les limites, trouvées par C. T. Zahn.

Nous avons mesuré ensuite les moments dipolaires des acides acétique et propionique, en examinant la polarisation diélectrique de leurs solutions dans l'hexane. La figure donne, à titre d'exemple, les résultats obtenus pour l'acide acétique. On voit ici que les propriétés de la polarisation diélectrique (comme pour les molécules polaires) sont tout à fait anormales. Notam-

(1) *Bull. de l'Ac. Pol. des Sc. Cracovie*, série A, 1933, p. 333.

ment : *a*. la polarisation moléculaire croît avec la concentration; *b*. elle croît avec la température; *c*. la polarisation moléculaire P_∞, extrapolée pour une concentration nulle, est, dans les limites des erreurs expérimentales, indépendante de la température. Il résulte de cela que la méthode 1 conduit à la valeur $\mu = 0$ pour les deux acides. La méthode 2 donne les résultats suivants :

	t.	P_∞.	A.	$\mu.10^{18}$.
Acide acétique	10°	22	12,9 ([a])	0,65
»	30	»	»	0,67
»	10	»	19,0 ([b])	**$0,37_8$**
»	30	»	»	**$0,38_1$**
Acide propionique	10	26	17,4 ([a])	0,63
»	30	»	»	0,65

Remarques. — ([a]) Valeur de la réfraction moléculaire d'après C. T. Zahn (*Phys. Rev.*, 37, 1931, p. 1516).

([b]) Valeur de la polarisation moléculaire de l'acide acétique solidifié à la température de 10°, d'après nos mesures. Cette valeur de A fournit les valeurs de μ, qui sont les plus vraisemblables (cf. A. PIEKARA, *loc. cit.*).

Ces résultats s'accordent assez bien avec ceux de M. K. L. Wolf ([1]) et partiellement avec ceux de MM. C. P. Smyth et H. E. Rogers ([2]), qui ont utilisé le benzène comme dissolvant. Ces derniers auteurs avaient trouvé, sans que nous l'ayons su, que la constante diélectrique des acides acétique et *n*-butyrique croît avec la température. Nous avons retrouvé cette anomalie pour quatre acides de la série grasse. Voici quelques résultats :

Acides :	acétique.	propionique.	*n*-butyrique.	iso-butyrique.
$t = 10°$	6,430 (liq.)	3,296	2,980	2,705
$t = 40°$	6,529	3,435	3,036	2,730

L'effet de la rotation des groupes OH n'explique pas toutes les anomalies, quoiqu'il rende compte de la variation de la constante diélectrique des acides gras et de leurs moments dipolaires avec la température. L'explication de ces effets exige des recherches détaillées sur l'association des acides gras, association qui est anormalement grande. Ce problème est étudié par M. K. Karczewski dans le Laboratoire de Chimie de Rydzyna.

([1]) *Phys. Zeitschr.*, 31, 1930, p. 227.

([2]) *Journ. Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 1824.

ÉLECTRICITÉ. — *Variations avec le temps de l'intensité du courant dans une substance semi-conductrice soumise à une faible tension.* Note de M. G. **Déchêne**, présentée par M. A. Cotton.

L'étude de la répartition du potentiel dans une substance semi-conductrice soumise à une faible tension constante m'a permis de préciser les causes des variations avec le temps de l'intensité du courant.

Le dispositif utilisé a déjà été décrit [1]. Les substances utilisées sont l'oxyde jaune de mercure, le chlorure de plomb, l'oxyde de zinc et le carbonate de sodium effleuri; leurs résistivités, variables avec le degré d'humidité, sont comprises entre 1 et 10^3 mégohms/cm.

Force contre-électromotrice de polarisation. — Soient A et B les deux électrodes, constituées en général par du mercure, et S une des sondes en fer en contact avec la substance. Avant tout passage du courant, les d. d. p. $v_1 = V_A - V_S$ et $v_2 = V_B - V_S$ sont différentes de zéro (ordre de grandeur : 1/10ᵉ volt; si la compression de la substance est bien homogène, les deux valeurs v_1 et v_2 sont sensiblement égales.

Lorsqu'un courant électrique a traversé au préalable la substance, les d. d. p. v_1 et v_2 sont différentes; on observe donc une f. c. e. m. v dont la valeur absolue est $v_1 - v_2$. Le Tableau I (colonnes 8, 9, 10) indique les variations de v_1, v_2 et v avec le temps. La valeur limite de v croît lentement avec la tension utilisée V.

Exemples. — Substance utilisée : oxyde jaune de mercure.

Tension V.	Valeur limite de v.
2 volts	0,26 volt
4 »	0,33 »
90 »	0,50 »

La polarisation décroît spontanément lorsqu'on interrompt le courant et plus rapidement si l'on inverse la tension (Tableau II, colonnes 8, 9, 10).

Résistances de contact. — J'ai déjà indiqué (*loc. cit.*) les caractères généraux des résistances de contact qu'on observe sur les électrodes métalliques. Ces résistances de contact R_A et R_B varient au cours du temps.

Pour de faibles tensions, on observe toujours un *accroissement de la résis-*

([1]) Reboul, *Journal de Physique*, 2, 1931, p. 86; Déchêne, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1577.

tance du contact à l'anode et une diminution à la cathode (Tableaux I et II, colonnes 5 et 6); les modifications disparaissent lentement quand on interrompt le courant; elles sont peu sensibles pour les substances de grande résistivité (10^3 mégohms/cm).

Tableau I. — *Substance utilisée :* $PbCl^2$
(longueur, 25^{mm}; section, 2^{cm^2}; résistance ohmique, 14 MΩ; température, 14°,5; tension, 4 volts).

Durée du passage du courant. 1.	Discontinuité du potentiel sur l'électrode A (anode) (volts). 2.	B (cathode) (volts). 3.	i unités arbitraires. 4.	R_A (MΩ). 5.	R_B (MΩ). 6.	Résistance totale (MΩ). 7.	v_1 (volts). 8.	v_2 (volts). 9.	v (volts). 10.
0	—	—	—	—	—	—	0,09	0,09	0
Quelques secondes	1,55	0,80	10,2	14	8	36	—	0,06	—
4 minutes	1,89	0,59	9,0	19,5	6	39,5	0,13	0,05	0,08
10 »	2,31	0,48	7,2	29	6	49	0,14	0,045	0,095
30 »	2,58	0,37	6,2	37,5	5,5	57	0,15	0,045	0,105
90 »	3,01	0,23	4,2	65	5	84	—	—	—
18 heures	3,41	0,13	2,3	134	5	153	0,18	0,06	0,12
24 heures	3,43	0,12	2,1	148	5	167	0,18	0,06	0,12

Tableau II. — *Le sens de la tension est inversé.*

Temps écoulé depuis l'inversion. 1.	Discontinuité du potentiel sur l'électrode A (cathode) (volts). 2.	B (anode) (volts). 3.	i unités arbitraires. 4.	R_A (MΩ). 5.	R_B (MΩ). 6.	Résistance totale (MΩ). 7.	v_1 (volts). 8.	v_2 (volts). 9.	v (volts) 10.
0	—	—	—	—	—	—	0,18	0,06	0,12
Quelques secondes	3,45	0,17	3,0	102	5	121	—	0,06	—
2 minutes	3,00	—	5,0	53	—	—	0,11	0,09	0,02
5 »	2,73	0,33	5,3	46	5,5	65,5	—	0,09	—
15 »	1,86	—	10,5	16	—	—	0,04	0,10	—0,06
30 »	1,18	0,74	12,8	8,5	5,5	28	0	0,11	0,11
1 heure	0,79	0,99	13,3	5,5	6,5	26	0	0,17	—0,17
2 heures	0,50	1,58	11,3	4	12,5	30,5	0	0,17	0,17
16 »	0,13	2,96	4,9	2,5	55	71,5	0,02	0,17	0,15
40 »	0,12	3,05	4,1	2,5	68	84,5	0,07	0,19	—0,12

Variations de l'intensité. — La diminution de l'intensité i du courant au cours du temps (Tableau I, colonne 4) provient à la fois de l'apparition

progressive de la f. e. m de polarisation et de l'accroissement de la résistance totale de la substance (Tableau I, colonne 7).

Si l'on inverse la tension après un passage du courant prolongé, l'intensité augmente; en effet, la f. e. m de polarisation favorise alors le passage du courant; de plus, l'inversion fait diminuer la résistance de contact à l'électrode qui devient anode, tandis que la modification est peu sensible à l'autre électrode. La résistance de contact anodique continuant à diminuer, l'intensité augmente d'abord au cours du temps après l'inversion; puis cette intensité diminue sous l'influence de la polarisation et de l'accroissement de la résistance de contact cathodique (Tableau II, colonne 4).

ÉLECTRONIQUE. — *Sur la théorie relativiste des atomes à grand nombre d'électrons.* Note [1] de M. **J. Solomon**, présentée par M. Louis de Broglie.

La généralisation relativiste de la théorie de Thomas-Fermi donne lieu à une intéressante difficulté [2]. La relation relativiste entre la quantité de mouvement maxima d'un électron p_m compatible avec la stabilité de l'atome et le potentiel électrostatique V au point considéré s'écrit

(1) $$p_m^2 = 2m_0 eV + \frac{e^2}{c^2}V^2,$$

où c est la vitesse de la lumière, e et m_0 sont la charge et la masse électroniques. Dans ces conditions, en admettant que les cellules d'extension en phase soient toutes garnies, la densité électrique ρ au point où le potentiel électrostatique est V est donnée par

(2) $$-\rho = \frac{8\pi}{3h^3}\left(2m_0 eV + \frac{e^2}{c^2}V^2\right)^{\frac{3}{2}},$$

où h représente la constante de Planck. Cette relation, jointe à l'équation de Poisson, $\Delta V = -\rho$, permet de déterminer V en tout point. Or, au voisinage du point $r = 0$, V est très sensiblement égal à Ze/r, Z étant le numéro atomique de l'élément considéré. Si maintenant on se borne à la région de l'atome où $r \ll Ze^2/2m_0c^2$, (2) se réduit à

(3) $$-\rho = \frac{8\pi}{3h^3}\left(\frac{Ze^2}{cr}\right)^3,$$

---

(1) Séance du 5 mars 1934.

(2) H. Jensen, *Z. Physik*, 82, 1933, p. 794.

d'où l'on déduit que la quantité d'électricité contenue dans une sphère de rayon aussi petit que l'on veut et centrée sur l'origine est infinie, autrement dit que tous les électrons finissent par tomber sur le noyau.

Cette conclusion paraît en contradiction avec l'intervention de la constante h qui, dans la théorie atomique moderne, conditionne la stabilité de l'atome. On peut évidemment tenir compte de la structure complexe du noyau ([1]), en adoptant une loi différente du champ coulombien au voisinage immédiat de $r = 0$, mais il importe de remarquer que de telles considérations sont étrangères à la théorie de Thomas-Fermi, qui consiste essentiellement en une simplification de l'équation de Schrödinger, liée au grand nombre d'électrons présents. Or l'introduction dans cette équation du potentiel nucléaire coulombien ne prête à aucune difficulté.

La solution de ce paradoxe semble être différente. Si en effet la constante h figure dans le problème, elle est uniquement liée à l'intervention de la statistique de Fermi qui assigne une limite inférieure finie à l'élément d'extension en phase. Or cette limitation ne fait pas nécessairement intervenir les traits caractéristiques de la mécanique quantique. Nous voyons en effet d'autre part que l'utilisation de relations telles que (1) suppose expressément ([2]) que l'on admette la permutabilité des grandeurs de position et de quantité de mouvement. C'est ce qui est bien visible lors du passage des éléments de matrice de la théorie des quanta aux coefficients de Fourier de la théorie « classique » de Thomas-Fermi ([3]). Ceci revient à exiger que

$$\frac{h}{2\pi p_m} \leqq r, \tag{4}$$

soit pour la région voisine de $r = 0$ qui nous intéresse,

$$r \geqq \frac{Ze^2}{2m_0c^2}\left[\left(\frac{hc}{2\pi e^2 Z}\right)^2 - 1\right]. \tag{5}$$

condition incompatible, quelque élevée que soit la valeur de Z, avec la possibilité de passer de l'expression (2) à sa valeur approchée (3) près du noyau.

([1]) H. Jensen, *loc. cit.*

([2]) P. A. M. Dirac, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **26**, 1930, p. 376.

([3]) Cf. le travail précité de Dirac, page 382, en particulier la relation (14). La relation (4) n'exclut d'ailleurs pas l'applicabilité de la statistique quantique, car p_m est la limite supérieure de la quantité de mouvement des électrons au point où le potentiel électrostatique est V.

On peut donc dire que le paradoxe discuté ci-dessus est lié à la non-applicabilité de la méthode de Thomas-Fermi dans le voisinage immédiat de l'origine, non-applicabilité qui intervient d'ailleurs également en dehors de l'atome, le champ y décroissant bien plus rapidement que ne l'indique la loi de Coulomb.

Ajoutons encore que dans le domaine intermédiaire extérieur à la limite (5) où le développement de (2) suivant les puissances de $eV/2m_0c^2$ est possible [1], il importe de tenir compte [2] de l'influence du potentiel vecteur qui réduit sensiblement la correction relativiste à apporter aux tables relatives à l'équation non relativiste.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Diffraction électronique par des films cellulosiques*. Note [3] de M. **Jean-J. Trillat**, présentée par M. M. de Broglie.

Lorsqu'un faisceau d'électrons monocinétiques traverse une membrane mince de celluloïd ou de nitrocellulose, il arrive parfois qu'il donne lieu à des interférences électroniques plus ou moins nettes (Dauvillier, Kirchner, Taylor Jones).

Différentes interprétations en ont été données, qui, jusqu'ici, ne semblent pas avoir apporté de renseignements nouveaux sur la structure de la cellulose ou de ses esters. Ce moyen d'étude présente cependant un grand intérêt; s'il était possible d'obtenir facilement des diagrammes correspondant à des cristaux uniques de dérivés cellulosiques, on pourrait espérer du même coup déterminer le réseau de ces corps, pour lesquels les rayons X n'apportent que des renseignements incomplets.

C'est dans ce but que j'ai cherché à mettre au point une technique permettant de préparer des films cellulosiques trés minces constitués, autant que possible, par des *cristaux isolés*. J'y suis parvenu en utilisant des nitrocelluloses à taux d'azote élevé (13 pour 100), ainsi que des triacétates, tripropionates, tributyrates de cellulose, dissous dans des solvants appropriés. Une goutte de la solution, versée sur du mercure parfaitement propre, donne par évaporation un film dont il est facile de calculer l'épaisseur, et que l'on peut fixer sur un support destiné à l'examen électronique.

---

(1) Cf. M. S. Vallarta et N. Rosen, *Phys. Rev.*, 41, 1932, p. 708.

(2) Le développement de ces calculs paraîtra dans un autre Recueil.

(3) Séance du 26 février 1934.

Ces films, d'une épaisseur de 50 à 100 Å, interposés sur le trajet d'électrons monocinétiques de 20 à 50 kilovolts, donnent lieu à de magnifiques phénomènes de diffraction électronique, visibles en plein jour sur un écran fluorescent. En explorant la surface de ces préparations, on rencontre des régions constituées par un grand nombre de très petits cristaux disposés au hasard [anneaux de Debye-Scherrer (*fig.* 1)] ou au contraire des *plages unicristallines* [taches isolées (*fig.* 2)]; en faisant varier l'incidence du pinceau d'électrons, on observe de nouvelles figures d'interférences dont l'importance est essentielle pour la détermination de la structure.

Grâce à l'ensemble des dispositifs utilisés, nous avons, pour la première fois, obtenu et enregistré sous différents angles des diagrammes de cristaux

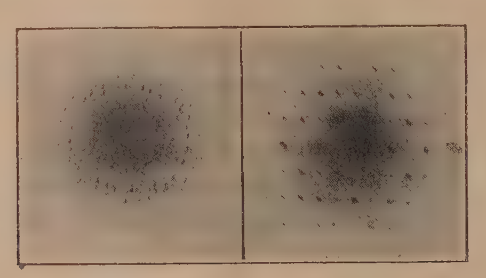


Fig. 1. Fig. 2.

uniques d'acétate de cellulose ainsi que de quelques-uns des termes supérieurs; de même pour la nitrocellulose.

Étude de la cristallisation des dérivés cellulosiques en fonction du temps. — Un film mince fraîchement préparé et immédiatement étudié aux électrons est en général amorphe (3 halos); au bout de quelques heures, apparaissent des microcristaux de très petite dimension et disposés au hasard. Après quelques jours (parfois quelques semaines) le film entier est cristallisé; il se forme des plages constituées par des cristaux uniques donnant lieu à un nombre élevé de taches isolées reconnaissables à l'écran fluorescent (*fig.* 1 et 2). Bien entendu, ni les rayons X, ni aucune autre méthode ne peuvent réussir à mettre ceci en évidence.

Il est intéressant de remarquer que l'on peut ainsi mettre en évidence et suivre d'une façon directe la cristallisation des substances cellulosiques; la raison en est que, *à cet état de films très minces*, les tensions internes considérables qui s'exercent au cours du séchage amènent des orientations et des parallélisations des chaînes de valence principale, prélude à la cristallisation. Il est logique de supposer que, sous cette forme, la plupart des

substances organiques polymérisées en chaînes (caoutchouc, protéine, gelatine, etc.) doivent revêtir une structure cristalline décelable seulement par la diffraction électronique, d'où la possibilité jusqu'ici exclue de leur étude complète. Des essais sont en cours à ce sujet.

Structure des esters de la cellulose. — Si l'on compare les diagrammes de cristaux uniques de trinitrocellulose, de triacétylcellulose, tripropionyl et tributylcellulose, obtenus avec un faisceau électronique *perpendiculaire* à la surface du film, on constate qu'ils sont absolument identiques, au point de vue position et intensités des taches de diffraction.

Si l'on fait varier l'angle d'incidence du faisceau électronique par rapport au cristal étudié, on observe diverses figures d'interférences caractéristiques. En particulier, pour des angles compris entre 35° et 60°, on voit apparaître sur l'écran des raies parallèles parsemées de spots brillants, ces raies étant elles-mêmes parallèles à l'axe de rotation du cristal, et se resserrant progressivement à mesure que l'angle augmente. Ce phénomène est très remarquable et donne lieu à de beaux enregistrements.

L'interprétation détaillée sera donnée dans un autre Mémoire. Nous dirons simplement ici que nous sommes amenés à concture que les chaînes cellulosiques sont disposées parallèlement et sont couchées *à plat* sur la surface du film; les atomes équivalents sont situés aux nœuds d'un réseau rectangulaire centré, dont les côtés sont $a = 7,10$ Å et $b = 4,68$ Å. Les diagrammes pris sous incidence variable conduiraient à trouver pour la troisième dimension de la maille une valeur c égale à 2,5 ou 5,0 Å, la maille étant probablement monoclinique.

Comme on voit, ces résultats diffèrent notablement de ceux donnés par les rayons X; il est possible qu'à cet état de films minces, les chaînes soient un peu déformées et présentent notamment une structure en zigzags. Quoi qu'il en soit, cette méthode est très supérieure à celle des rayons X, car elle permet l'étude des structures de corps qui sont peu ou pas cristallisés dans les conditions ordinaires; nous l'appliquerons prochainement au cas du caoutchouc, des protéines, de la gélatine, et des autres corps organiques dont la constitution résulte de la répétition du même élément fondamental suivant une direction.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Sur les tentatives d'application des lois de l'émission photoélectrique aux photoéléments à couche d'arrêt.* Note de M. G. **Liandrat**, présentée par M. A. Cotton.

Il est établi, depuis les travaux de Schottky, que dans les éléments photoélectriques à l'oxyde cuivreux ou au sélénium les photoélectrons sont émis par le semi-conducteur et traversent une couche limite de haute résistance qui sépare le semi-conducteur de l'électrode métallique. Il n'est pas évident que l'on puisse assimiler un tel système à une cellule photoélectrique à vide dont les électrodes seraient très rapprochées. Auwers et Kerschbaum [1] ont pu rendre compte de façon satisfaisante, en première approximation, de l'allure des caractéristiques, en invoquant seulement l'existence d'un courant de fuite à travers la couche d'arrêt dès que la résistance du circuit extérieur devient notable. Mais si l'on persiste à considérer comme un effet photoélectrique extérieur le phénomène primaire, il faut admettre que la différence de potentiel engendrée par le courant photoélectrique doit agir de plus sur l'émission primaire, elle-même. La forme des caractéristiques doit par suite être modifiée, d'autant plus que la fréquence de la lumière agissante est plus voisine de la fréquence minimum définie par la relation d'Einstein.

Körösy et Selényi ont observé en effet, suivant la couleur de la lumière agissante, une modification des courbes exprimant la relation entre la différence de potentiel en circuit ouvert et le courant obtenu dans une résistance extérieure très faible [2].

J'ai cherché à accentuer l'effet en reprenant, *en lumière monochromatique*, l'étude des caractéristiques représentant le courant qui traverse la cellule, éclairée ou non éclairée, sous l'action d'une différence de potentiel imposée. Cette méthode offre l'avantage de fournir des résultats plus étendus, tout en évitant l'obligation d'employer des flux lumineux intenses. Enfin elle rend évidente l'existence d'une importante cause d'erreur dont Körösy et Selényi avaient cru pouvoir ne pas tenir compte, sans cependant s'en affranchir en aucune façon. Comme l'avaient signalé Auwers et Kerschbaum, les caractéristiques de la cellule éclairée ne viennent nullement se

(1) O. v. Auwers et H. Kerschbaum, *Ann. der Phys.*, **7**, 1930, p. 129-175.

(2) F. v. Körösy et P. Selényi, *Phys. Zeits.*, **32**, 1931, p. 847-850; *Ann. der Phys.*, **13**, 1932, p. 703-724; *Phys. Zeits.*, **34**, 1933, p. 716-718.

raccorder à la caractéristique obscure à partir d'une certaine différence de potentiel; elles la coupent franchement et après l'avoir dépassée se mettent à monter très rapidement. La cellule fonctionne alors comme une cellule photorésistante. C'est l'effet photoconducteur dans la couche d'arrêt. Les mesures que j'ai faites en lumière monochromatique montrent que cela se produit déjà sous l'action de différences de potentiel très inférieures à celles qui pourraient exercer sur l'émission des photoélectrons une action de freinage considérable. Pour qu'il n'en résulte pas l'impossibilité d'observer, dans ces conditions, une influence de la fréquence conforme à la relation d'Einstein, il faudrait que la courbe de répartition spectrale de la sensibilité soit la même pour l'effet d'émission et pour l'effet intérieur. Or, le premier a son maximum dans le jaune (pour une cellule au sélénium) et le second dans le rouge extrême, région où le premier est déjà presque nul. Cela suffit pour expliquer sans difficulté, dans le sens observé, l'effet de couleur signalé par Körösy et Selényi.

Il importe donc avant tout d'étudier séparément la variation de résistance de la couche limite sous l'action de la lumière. Seules des mesures en courant alternatif, poursuivies dans un large intervalle de fréquences, sont susceptibles d'apporter des renseignements. L'examen des mesures déjà faites par Wood m'a conduit à penser qu'il était nécessaire, pour les interpréter convenablement, d'admettre l'existence d'une seconde couche limite sur la face postérieure du semi-conducteur. Chaque couche d'arrêt se comporte en courant variable comme un condensateur shunté par une résistance : si l'on fait varier la fréquence, l'extrémité du vecteur impédance décrit dans le plan complexe résistance-réactance un demi-cercle dont le diamètre, sur l'axe réel, mesure la résistance en parallèle. On superpose sans difficulté un courant continu provenant soit d'une différence de potentiel imposée, soit de l'action photoélectrique. Or les diagrammes d'impédance obtenus par Wood [1] n'ont pas la forme prévue. Je suis parvenu à montrer qu'on peut les interpréter très bien en additionnant les impédances de deux condensateurs shuntés. L'étude de la forme du diagramme d'un tel système peut être faite soit à partir de considérations géométriques, soit en partant de formules faciles à établir par addition de celles qui expriment l'impédance d'un seul condensateur shunté. Dans les deux cas il convient de remarquer d'abord que si les deux constantes de temps sont égales, le diagramme est un demi-cercle, le diamètre égal à la somme des deux résis-

[1] L. A. Wood, *Rev. of Sc. Instr.*, 4, 1933, p. 434-439.

tances. Puis on transporte au centre de ce cercle l'origine des coordonnées et l'on compare le rayon vecteur au rayon constant du demi-cercle. La courbe cherchée est inscrite dans le demi-cercle et en diffère d'autant plus que le rapport des constantes de temps est plus différent de l'unité. Cette théorie trouve une vérification expérimentale immédiate dans le fait suivant observé par Wood : si l'on éclaire la cellule, le diagramme se rapproche d'un demi-cercle centré sur l'axe des résistances réelles. La lumière, en effet, ne peut atteindre que la première couche d'arrêt à cause de l'opacité de la couche semi-conductrice (sélénium dans les expériences de Wood); par suite, la première résistance seule diminue sous l'action de la lumière et le rapport des constantes de temps se trouve modifié. Dans le cas de la cellule étudiée, précisément, il se rapproche de l'unité. Une élévation uniforme de la température au contraire diminue également les deux résistances et réduit les dimensions du diagramme sans modifier sa forme, et cela est encore conforme aux faits observés.

POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE. — *Pouvoir rotatoire magnétique de l'hydrogène sélénié.* Note de MM. **R. de Mallemann** et **P. Gabiano**, présentée par M. A. Cotton.

Le gaz a été préparé en suivant la méthode indiquée par de Forcrand et Fonzes-Diacon : décomposition par l'eau du séléniure d'aluminium, obtenu lui-même en combinant les deux corps pulvérisés par l'inflammation d'un ruban de magnésium. L'hydrogène sélénié est solidifié dans l'air liquide, puis distillé dans le tube polarimétrique. Il est exempt d'hydrogène, mais les mesures doivent être faites rapidement, car le gaz, peu stable, se décompose partiellement à la lumière.

La moyenne des rotations simples, pour la raie *jaune* du mercure, sous une pression de 770^{mm}, à la température de 9°, a été $0^\circ,64$, sous une différence de potentiel magnétique égale à $641 . 10^3$ C. G. S.

Pour la raie *verte*, on a trouvé $0^\circ,71$.

On en déduit la constante de Verdet ($\lambda = 578^{m\mu}$) : $\Lambda_0^{760^{mm}} = 61 . 10^{-6}$ (minute).

Rotation moléculaire de H^2Se : $[\Lambda]_M = 40 . 10^{-5}$ (radian).

Si nous retranchons de ce dernier nombre le double de la rotation atomique de l'hydrogène, nous obtenons $36 . 10^{-5}$ environ; ce résultat fixe l'ordre de grandeur de la rotation *atomique* du *sélénium*. Cette rotation est

notablement supérieure à celle du soufre (23,5), ce qui confirme la variation périodique des rotations atomiques dans le groupe des métalloïdes, que nos résultats antérieurs laissaient prévoir [1].

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Influence de la température sur le rendement des alternateurs et des transformateurs*. Note de M. L. **Décombe**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. L'emploi de la ventilation pour abaisser la température des alternateurs et des transformateurs est entré depuis longtemps dans la pratique industrielle. On admet généralement qu'il en résulte une augmentation du rendement. C'est ce point que nous voulons examiner ici.

Les pertes d'énergie qui dépendent de la température sont : la chaleur de Joule, les pertes par hystérésis et celles par courant de Foucault; mais, tandis que la chaleur de Joule *croît*, les pertes par hystérésis et courants de Foucault *décroissent* quand la température s'élève et il n'est pas évident que le premier effet l'emporte sur le second.

Pour savoir ce qu'il en est il faut étudier le signe de la fonction $d\varpi/dt$ (ϖ désignant la perte totale) et, en premier lieu, chercher s'il existe une température particulière t_n pour laquelle $d\varpi/dt$ s'annule (point neutre). Ce problème met en jeu deux variables indépendantes : la température t, réglée par le jeu d'un ventilateur ordinaire ou d'une machine frigorifique, et la puissance P réglée par la charge imposée à l'appareil.

La principale difficulté du calcul réside dans l'expression exacte des pertes dans le fer et notamment des pertes par hystérésis.

On admet généralement pour ces dernières une expression de la forme

$$H = \eta B_m^p N . 10^{-7} \quad \text{(watt par cm}^3\text{)}, \tag{1}$$

dans laquelle B_m représente l'induction maxima, p un exposant compris généralement entre 1,5 et 2, N la fréquence et η un coefficient (coefficient de Steinmetz généralisé) qui dépend lui-même de la nature des tôles employées, de leur traitement thermique, de la température t de fonctionnement et même de la forme du courant. Nous poserons : $\eta = \eta_0(1 - \alpha t)$,

---

[1] *Journal de Physique*, 7e série, 4, 1933, p. 50 S. Le nombre 36.10^{-5} est peut-être un peu faible, en raison d'une légère décomposition du gaz pendant les mesures.

α désignant un coefficient qui paraît être de l'ordre de 0,001 à 0,002 (¹).

Les pertes F par courants de Foucault s'expriment avec plus de sécurité par la formule

$$F = \frac{A}{\rho} B_m^2 N^2 . 10^{-7} \quad \text{(watt par cm}^3\text{)}, \tag{2}$$

où ρ désigne la résistivité du fer et A un coefficient numérique. Nous poserons $\rho = \rho_0(1 + \beta t)$.

Enfin les pertes par chaleur de Joule s'expriment sans incertitude par les formules classiques bien connues qui font intervenir la résistivité du cuivre et son coefficient de température γ.

2. A titre d'exemple, nous envisagerons le cas d'un transformateur fermé sur un circuit non inductif.

Mettons la perte totale ϖ sous la forme

$$\varpi = H_0(1 - \alpha t) + \frac{F_0}{1 - \beta t} + C_0(1 + \gamma t)P^2,$$

P désignant la puissance effective (²).

La quantité $d^2\varpi/dt^2$ étant positive dans toute l'échelle des températures, le point neutre ($d\varpi/dt = 0$) correspondra nécessairement à un *minimum* pour la perte totale.

Pour éliminer les incertitudes concernant les valeurs exactes de H_0 et F_0 et faciliter la discussion, nous supposerons que les pertes dans le fer et dans le cuivre aient été équilibrées, à une certaine température t_0, pour une certaine puissance P_0, et nous poserons $f_0 = F_0/H_0$.

Sans entrer dans le détail du calcul et de la discussion (qui comportent l'emploi de méthodes graphiques et seront publiés ailleurs), nous nous bornerons ici à indiquer quelques résultats.

En adoptant pour α, β, γ, t_0 les valeurs suivantes (³) : $\alpha = 0,0010$,

---

(¹) KUNZ, *Lumière électrique*, 52, 1894, p. 484; MORRIS, *Phil. Mag.*, 44, 1897, p. 213; WILLS, *Phil Mag.*, 5, 1903, p. 117; YENSEN, *Trans. of Am. Inst. of electrical engineers*, 43, 1924, p. 145.

(²) Cette formule ne tient pas compte des pertes supplémentaires par courants de Foucault dans les enroulements que l'on peut rendre pratiquement négligeables par une disposition convenable.

(³) Les constantes α et β dépendent essentiellement de la composition des tôles et du traitement préalable auquel elles ont été soumises, elles peuvent différer notablement de celles envisagées ici, notamment pour les tôles au silicium actuellement employées.

$\beta = 0,0060$, $\gamma = 0,0043$, $t_0 = 100°$, on trouve que, sous la charge $P = P_0$, le point neutre se déplace entre $+48°$ et $-15°$ lorsque f_0 varie entre 1 et 1/4. En adoptant $\alpha = 0,0020$, le point neutre se déplacerait dans les mêmes conditions entre 100° et 50°.

Dans ce dernier cas ($t_n = 50°$), tout refroidissement au-dessous de 50° serait inutile, sinon franchement nuisible. Pratiquement, puisqu'il s'agit d'un minimum, il suffirait de refroidir par exemple jusqu'à 60°. Pour $t_n = 105°$, la réfrigération ne pourrait qu'augmenter les pertes.

3. D'une manière générale, la simple réfrigération ne peut accroître le rendement que d'une quantité assez minime et l'emploi d'une machine frigorifique proprement dite, dont le coût est toujours relativement élevé, pourrait paraître difficile à justifier.

Mais on peut réduire beaucoup cette dépense en limitant le rôle de la machine frigorifique à celui *d'appoint à la ventilation pendant les pointes* comme l'a proposé M. Neu [1]. Dans d'autres cas, on pourra, suivant la méthode préconisée par M. Follain [2], utiliser la machine frigorifique pour capter et récupérer l'énergie dissipée dans l'appareillage électrique. L'installation frigorifique peut être alors rapidement amortie.

Dans tous les cas la connaissance du point neutre, en permettant de réduire au minimum les pertes (et par conséquent, le coût de l'installation frigorifique), peut accroître beaucoup la valeur économique de l'opération.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action des chlorates sur le soufre, le sélénium et le tellure.* Note de M. **Jean Amiel.**

Cette étude a été entreprise pour expliquer les inflammations spontanées des mélanges de chlorates alcalino-terreux et de soufre, reconnus inutilisables en pyrotechnie, surtout quand ils sont agglomérés à la gomme arabique. J'attribue le phénomène à la production de ClO^2, après avoir examiné l'influence de petites quantités d'eau sur l'action d'un grand nombre de chlorates sur le soufre, le sélénium et le tellure.

Préparation des chlorates. — On trouve dans le commerce les sels alcalins ou alcalino-terreux; j'ai préparé le chlorate de plomb par action d'une solution de l'acide sur le carbonate; une double décomposition entre un sulfate métallique et le chlorate de baryum en solution aqueuse m'a fourni les chlorates des métaux : Mg, Zn, Cd, Ni, Co, Cu bivalent,

(1) *Bull. Soc. fr. des Électriciens*, 9, 1929. p. 549.
(2) *Revue générale du Froid*, 1, 1920, p. 60.

Cr trivalent. Après filtration, la solution est concentrée dans le vide, d'abord vers 60°, puis en présence de P^2O^5 à 10°.

Action sur le soufre. — En présence d'eau, les sels alcalins ne réagissent pas. Tous les autres donnent du peroxyde de chlore tant qu'on ne dépasse guère 60°, du chlore et de l'oxygène dans les autres cas. Si le soufre est en excès, il forme du chlorure Cl^2S^2, décomposable par l'eau en régénérant du soufre. Le soufre qui a réagi passe à l'état de sulfate et cette transformation peut être complète. La réaction est très brutale avec les chlorates de Mg, Ni, Co, Cd, Zn. En présence de papier ou de gomme arabique, il peut y avoir inflammation.

Action sur le sélénium. — Tous les chlorates, même les alcalins, attaquent le sélénium au contact de l'eau, de la même façon que le soufre. On obtient encore les gaz ClO^2, Cl^2, O^2, un séléniate, un sélénite et éventuellement un peu de chlorure de sélénium.

Le sélénium en poudre mouillé de très peu d'eau réagit avec incandescence sur tous les chlorates, sauf celui de potassium; en fragments fondus, donne avec les sels alcalins Cl^2 et non ClO^2.

Action sur le tellure. — Le tellure est difficilement attaqué dans les conditions précédentes. Seules agissent sur lui les solutions concentrées de l'acide chlorique ou d'un chlorate de la série magnésienne. Vers 60°, on a ClO^2, Cl^2 et O^2; à 100°, Cl^2 et O^2 seulement.

Conclusion. — Le soufre et, plus facilement encore, le sélénium sont oxydés et chlorurés par la plupart des chlorates en présence de très peu d'eau; avec un excès de chlorate, on obtient uniquement un sulfate ou un séléniate. On observe un dégagement des gaz Cl^2, O^2 et ClO^2 au-dessous de 50-60°; le dernier provoque l'inflammation du mélange de chlorate et de sélénium, et, en présence de papier, de gomme, d'amidon, de sucre, etc., les mélanges de chlorate et de soufre, dans l'ordre suivant de facilité croissante : chlorates de K, Na, Ba, Sr, Ca, Pb, Cu, Cr, Mg, Ni, Co, Zn, Cd.

Les chlorates ammoniacaux tels que

$$(ClO^3)^2Zn, 4NH^3 \quad \text{ou} \quad (ClO^3)^2Cd, 6NH^3$$

n'agissent ni sur le soufre, ni sur le sélénium.

Ces réactions sont intimement liées à l'hydrolyse des solutions aqueuses de chlorates. Le mélange desséché soigneusement de chlorate de strontium et de fleur de soufre lavée, peut être conservé en présence de P^2O^5 sans réaction observable. De même l'addition d'un acétate alcalin qui joue le rôle de tampon fait disparaître l'action sur le soufre et le sélénium des chlorates les plus actifs, comme ceux de Co ou de Zn.

Notons que les chlorates agissent également sur le soufre et le sélénium mis en suspension dans un alcool; la réaction sur les alcools d'un chlorate en présence de soufre ou de sélénium fera l'objet d'une publication ultérieure.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la passivité du magnésium dans les solutions d'anhydride chromique et sur son décapage chimique après corrosion.* Note (¹) de MM. **Marcel Chaussain** et **Henri Fournier**, présentée par M. Léon Guillet.

On sait qu'on peut utiliser une solution bouillante d'anhydride chromique pour l'élimination des produits de corrosion adhérents à la surface du magnésium; et la méthode est encore applicable même si des chlorures, provenant par exemple du liquide corrodant, subsistent au sein du dépôt à faire disparaître. Dans ce cas, il suffit d'empêcher leur dissolution dans le bain de décapage, en ajoutant à ce dernier du chromate d'argent.

Des expériences mettant en œuvre ce procédé sur des éprouvettes brutes ou corrodées en magnésium à 99,8 pour 100, laminé et recuit, nous ont montré une divergence notable de certains résultats. L'examen des facteurs mis en jeu nous a permis d'attribuer ces écarts à l'importance de l'un d'eux : la pureté, ou plus exactement la teneur en acide sulfurique de l'anhydride chromique utilisé dans l'opération. Nous avons donc été conduits à étudier la passivité du magnésium dans des solutions chromiques de concentration variable en acide sulfurique.

Il est montré, par nos résultats résumés dans le Tableau I, que la passivité du magnésium obtenue totale en moins de une minute par immersion dans une solution bouillante d'anhydride chromique pur, devient rapidement incomplète quand la concentration en acide sulfurique croît. Pratiquement, cette propriété disparaît avec la solution chromique à 15 pour 100 considérée pour une teneur en acide sulfurique comprise entre 1 et $1^g,5$ par litre.

Des faits analogues ont été observés par Evans (²) dans la passivité chromique du fer.

Parallèlement, des variations d'apparence caractéristiques sont notées sur le métal ainsi traité qui prend un aspect superficiel : mat, miroitant on

(¹) Séance du 26 février 1934.

(²) Evans, *J. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 478.

mordoré, suivant que l'on a opéré dans la zone de passivité totale, partielle ou dans celle d'attaque.

La dernière ligne du Tableau I montre qu'il est possible, par un procédé identique à celui employé par Whitby ([1]) pour l'élimination du chlore, d'obtenir la passivité du magnésium dans une solution contenant initialement de l'acide sulfurique, en ajoutant au liquide une quantité suffisante de chromate de baryum pour amener la totalité de cet acide à l'état de sulfate de baryum insoluble.

En présence des résultats ci-dessus, de l'existence fréquente de petites quantités d'acide sulfurique incomplètement éliminé dans les échantillons d'anhydride chromique de pureté courante et aussi de la formation d'une quantité importante de sulfate dans la corrosion atmosphérique du magnésium ([2]), nous avons cherché, par l'emploi d'une solution chromique contenant du chromate d'argent et du chromate de baryum, à éliminer cette cause d'erreur.

Il est vérifié, par les résultats résumés dans la ligne 8 du Tableau II, qu'une perte de poids constante dans le temps est ainsi obtenue malgré l'introduction simultanée d'ions chlore et sulfurique.

Les autres résultats du même tableau montrent l'importance des erreurs commises dans le cas contraire.

En conclusion, cette légère modification de la méthode de décapage du magnésium permet d'utiliser des anhydrides chromiques de pureté courante. Dans le cas où l'addition du chromate d'argent seule est effectuée, la vérification de la pureté de l'acide utilisé est de première importance.

Tableau I. — *Passivité du magnésium à* 99,8 *pour* 100 *dans des solutions chromiques à* 15 *pour* 100 *contenant de l'acide sulfurique.*

Concentration en acide sulfurique (grammes H^2SO^4 par litre).	Pertes de poids totales en grammes par M^2. Après 1 min. d'immersion.	Après 2 min. d'immersion.
5	110	191
2,5	128	178
2	80	159
1,5	19	41
1	5,7	7,6
0,10	4,6	4,9
0,00	3,7	4,1
5 (mais avec addition de 2 % CrO^4Ba)	4,5	4,6

([1]) Whitby, *J. of Chemistry and Industry*, 10, 1931, p. 83.

([2]) Bengough et Whitby, *Aircraft engineering*, 6, 1934, p. 59.

Tableau II. — *Décapage chromique du magnésium à 99,8 pour 100. Influence du chlore et de l'acide sulfurique*

État initial de l'éprouvette.	Impuretés introduites.	Composition du bain de décapage.	Pertes de poids totales en grammes par M^2 après les temps d'immersion de : 0 [1].	1 min.	5 min.	10 min.
1. Brut.........	–	15 % CrO^3	–	3	3,1	3.3
2. Corrodé.....	Chlore [2]		–166	103	169	184
3. Brut.........	–	15 % CrO^3 + 1 % CrO^4Ag^2	–	1,6	2,1	2,1
4. Corrodé.....	Chlore		–176	89	160	160
5. Brut.........	0,5 % H^2SO^4	15 % CrO^3 + 1 % CrO^4Ag^2	–	138	176	–
6. Corrodé.....	Cl + 0,5 % H^2SO^4		–185	190	314	330 [4]
7. Brut.........	0,5 % H^2SO^4	15 % CrO^3 + 1 % CrO^4Ag^2 + 2 % CrO^4Ba	–	3,6	3,9	3,9
8. Corrodé [3]..	Cl + 0,5 % H^2SO^4		– 55	61	65	66

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode acidimétrique de dosage du formol et des sulfites.* Note de M. **Malaprade**, présentée par M. Matignon.

La constante d'ionisation de la fonction acide faible de l'acide sulfureux est voisine de 10^{-7} [5]; on en déduit, par un calcul classique, que l'indicateur convenable de fin de neutralisation du bisulfite suivant :

$$SO^3HNa + NaOH = SO^3Na^2 + H^2O \tag{I}$$

est la *thymolphtaléine*, qui vire de l'incolore au bleu quand le pH de la solution passe de 9,5 à 10,5.

Le sulfite neutre du commerce est nettement alcalin vis-à-vis de la thymolphtaléine, parce qu'il est carbonaté : on le décarbonate en lui ajoutant une quantité d'acide sulfurique suffisante pour le transformer en bisulfite, puis en faisant bouillir la solution.

---

(1) La perte de poids négative figurant au temps 0 pour les éprouvettes corrodées correspond au dépôt adhérent.

(2) Après corrosion dans l'eau de mer artificielle, les éprouvettes sont séchées sans être lavées. Elles entraînent donc une certaine quantité de chlorure.

(3) La durée de corrosion a été de 2 heures au lieu de 4 heures pour les autres essais.

(4) La perte de poids semble tendre vers une limite. Ceci résulte, non de la passivation du métal, mais de l'épuisement de la solution. Si l'on plonge l'éprouvette dans une solution neuve pendant 30 secondes, la perte de poids atteint une valeur de 450.

(5) Kolthoff, *Chem. Weekblad*, **16**, 1919, p. 1154.

La solution obtenue donne bien, quand on la titre par de la soude 0,2 N, un virage très net de la thymolphtaléine.

Le formol et le sulfite neutre réagissent l'un sur l'autre suivant la réaction

$$\text{(II)} \qquad SO^3Na^2 + HCHO = SO^3HNa\,HCHO + NaOH.$$

Cette réaction est très rapide lorsque l'un des deux corps est en excès. La combinaison bisulfitique formée étant neutre vis-à-vis de la phénolphtaléine (donc aussi vis-à-vis de la thymolphtaléine), on pourra, en titrant la soude libérée, doser soit le formol, soit le sulfite neutre.

Dosage du formol. — On neutralise la prise d'essai jusqu'à virage de la thymolphtaléine, on lui ajoute un excès de sulfite neutre fraîchement préparé par neutralisation d'une solution décarbonatée de bisulfite, et l'on titre la soude libérée jusqu'à retour de la thymolphtaléine à l'incolore.

Un dosage demande moins de deux minutes.

On peut opérer en présence d'air, l'oxydation d'une partie du sulfite neutre en sulfate neutre n'ayant aucune importance ici.

Cette méthode appliquée à une solution de formol 0,270 M, étalonnée d'après le procédé au chlorhydrate d'hydroxylamine de MM. Vavon et Anziani ([1]), a donné pour valeurs du titre :

0,270, 0,270, 0,272 M.

Dosage du sulfite. — La prise d'essai est neutralisée jusqu'à virage de la thymolphtaléine, on lui ajoute un excès de solution de formol, elle-même neutralisée au préalable (la solution commerciale est acide), et on titre la soude libérée jusqu'à retour à l'incolore de la thymolphtaléine; l'on introduit alors de la phénolphtaléine et termine le titrage jusqu'à décoloration de la phénolphaléine. Il suffit, en général, d'une goutte d'acide 0,2 N pour décolorer la phénolphtaléine.

La neutralisation de la prise d'essai doit être effectuée à l'abri de l'air. Le titrage après introduction du formol peut être effectué à l'air. Avec une solution bisulfitique 0,122 M, étalonnée par le procédé à l'iodate de potassium de Hendrixon ([2]), notre méthode a donné comme valeurs du titre :

0,1215, 0,122, 0,121 M.

([1]) VAVON et ANZIANI, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 39, 1926, p. 325.

([2]) HENDRIXON, *J. Am. Chem. Soc.*, 47, 1925, p. 1319.

Nous avons vérifié que l'on peut ainsi doser *directement :*

a. les sulfites à côté des hyposulfites qui sont sans action sur le formol dans les conditions de l'expérience;

b. les sulfites à côté des hydrosulfites qui donnent avec le formol des produits neutres :

$$S^2O^4Na^2 + 2HCHO + H^2O = SO^3NaH.HCHO + SO^2NaH.HCHO;$$

c. le sulfite libre dans une rongalite.

Pour titrer la soude libérée, nous avons employé une solution titrée d'acide acétique renfermant de l'acétate de soude, afin d'éviter les actions locales possibles des acides forts au cours du titrage.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transpositions moléculaires dans la série du diméthylcyclohexane, avec ou sans réduction de cycle, par déshalogénation des chlorhydrines et par isomérisation des époxydes.* Note de MM. **Tiffeneau**, **E. Ditz** et Mlle **B. Tchoubar**, présentée par M. Béhal.

Les halohydrines des α-glycols cycliques et hydrocycliques peuvent au cours de leur déshalogénation par certains réactifs donner lieu à des transpositions moléculaires. En série hydrocyclique ces transpositions comportent en outre des phénomènes de réduction de cycle dont on connait d'assez nombreux exemples. L'un de nous a récemment montré [1] que l'isomérisation par la chaleur des époxydes [2] dérivés des mêmes glycols conduit à des transpositions analogues, mais avec un autre mécanisme de rupture, si bien que les produits obtenus diffèrent également, tout au moins en ce qui concerne la transposition avec réduction de cycle.

On verra page 1040 que dans la première des deux réactions il y a double transposition, l'une avec migration d'un radical méthyle, l'autre avec rupture du cycle et soudure sur un autre carbone, tandis que dans la seconde, seule cette dernière a lieu, l'autre mécanisme

---

(1) Tiffeneau, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1284.

(2) De telles isomérisations d'époxydes avec transpositions ont été déjà réalisées soit en série cyclique (Tiffeneau, Orékhoff et Mlle Jeanne Lévy, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 977; Tiffeneau et J. Lévy, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 392; *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 774; Jeanne Lévy et Tabart, *ibid.*, 49, 1931, p. 1847), soit en série hydrocyclique avec réduction de cycle (Jeanne Lévy et Sfiras, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 45; Bedos et Ruyer, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 255).

comportant une simple migration d'hydrogène et conduisant à la même cétone. Toutefois pour que dans la première, la migration du méthyle quoique évidente puisse être considérée comme certaine, il fallait opérer avec un homologue possédant une substitution sur l'un des sommets de l'hexagone. Nous avons précisément effectué cette étude sur des dérivés contenant un méthyle en para par rapport au méthyle déjà existant. Dans ces conditions nous avons obtenu, comme ci-dessous, aussi bien pour l'halohydrine que pour l'époxyde, deux transpositions se rattachant l'une au type semi-pinacolique (1°), l'autre au type semi-hydrobenzoïnique (2°) conduisant ainsi à quatre produits différents dont deux comportent une réduction de cycle (b_1) et (b_2).

CH² CH² / CH²< / CH² CH–CO–CH³ — Acétylcyclopentane. ←(b_1) CH² CH² / CH³< (b_1) >C(CH³)OH / CH² CHX (a_1) — Déshalogénation des halohydrines du méthylcyclohexanediol-1.2 (X = Cl ou I). (a_1)→ CH² CH² / CH²< >CO / CH² CH–CH³ — *o*-Méthylcyclohexanone.

CH² CH² / CH²< / CH² C–CH³ / CHO — 1.1-Méthylcyclopentyl aldéhyde, ←(b_2) CH² CH² / CH²< (b_2) C—CH³ / CH² CH —O (a_2) — Isomérisation de l'époxyméthylcyclohexane. (a_2)→ CH² CH² / CH²< >CH–CH³ / CH² CO — *o*-Méthylcyclohexanone.

1° *Déshalogénation du chloro-2-diméthyl-1.4-cyclohexanol-1.* — Cette chlorhydrine (Eb. 92-94° sous 16-17^mm^, $D_4^{24} = 1,0611$; $N_D^{21} = 1,4771$) a été préparée par action à froid de IMgCH³ sur la chloro-2-méthyl-4-cyclohexanone. On la fait tomber peu à peu dans une solution éthérée de BrMgC²H⁵; il y a dégagement d'éthane et formation du composé magnésique ci-dessous qui, après chauffage au bain-marie jusqu'à évaporation de l'éther et boursouflement de la masse, fournit un mélange de deux cétones qu'on sépare par leurs semi-carbazones; l'une, fusible à 132°, est celle de l'acétyl-1-méthyl-3-cyclopentane déjà décrite, l'autre, fusible à 190°, est celle de la diméthyl-2.4-cyclohexanone bien connue.

CH² CH² / CH³–CH< / CH² CH–CO–CH³ ←(b_1) CH² CH² / CH³–CH< (b_1) >C(CH³)OMgI / CH² CHCl (a_1) (a_1)→ CH² CH² / CH³–CH< >CO / CH² CH–CH³

2° *Isomérisation de l'époxy-1.2-diméthyl-1.4-cyclohexanone* [1]. — Cet époxyde

---

[1] *Loc. cit.*

(Eb. 155°) a été obtenu dans l'action de I et HgO sur le paradiméthylcyclohexène (Eb. 129-130°), où il se forme à côté de l'iodhydrine correspondante probablement par action sur celle-ci de HgO en excès. L'isomérisation effectuée par passage sur la terre d'infusoires à 220-230° fournit deux produits qui se combinent à la semi-carbazide en formant deux semi-carbazones qu'on sépare par cristallisation; l'une qui fond à 160° est identique à la semi-carbazone de la diméthyl-2.5-cyclohexanone (a_2), l'autre fusible à 111° correspond vraisemblablement à la diméthyl-1.3-cyclopentylaldéhyde-1 (b_2).

$CH^3-CH<(CH^2-CH^2, CH^2-C(CH^3)(CHO))$ $\xleftarrow{(b_2)}$ $CH^3CH<(CH^2-CH^2, CH^2-CH)>C-CH^3$ (époxyde, O) $\xrightarrow{(a_2)}$ $CH^3-CH<(CH^2-CH^2, CH^2-CO)>CH-CH^3$

Conclusions. — La déshalogénation magnésienne du chloro-2-diméthyl-1.4-cyclohexanol-1 et l'isomérisation par la chaleur de l'époxyde correspondant conduisent à quatre produits distincts. Chacune de ces réactions s'effectue par un mécanisme différent : dans le premier cas, l'oxygène reste fixé sur le carbone tertiaire d'où double transposition, se rattachant au type semi-pinacolique, l'une comportant une migration du méthyle, l'autre une réduction du cycle; dans le second cas, l'oxygène reste fixé sur le carbone secondaire, d'où unique transposition suivant le type semi-hydrobenzoïnique et avec réduction de cycle; il y a, en outre, formation simultanée d'une cétone non transposée résultant d'une simple migration d'hydrogène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Effet Raman, réfraction moléculaire et constitution. Sur le prétendu benzylcyclohexène-α.* Note de MM. **Ch. Prévost**, **P. Donzelot** et **E. Balla**, présentée par M. Delépine.

Les doubles liaisons ont une tendance marquée à se conjuguer, soit entre elles, soit avec les doubles liaisons hypothétiques de Kékulé dans les noyaux benzéniques. C'est là un phénomène dont on n'a jusqu'ici donné aucune bonne explication théorique, mais dont la réalité expérimentale est incontestable.

On observe soit des migrations irréversibles d'hydrogène accompagnées d'un rapprochement des doubles liaisons, soit des migrations réversibles conduisant à un équilibre dans lequel la molécule à liaisons conjuguées domine nettement (*exemples :* passage de l'acide vinylacétique à l'acide crotonique, migration allylpropénylique chez les allylbenzènes, etc.).

Aussi, les phénylalcoylcarbinols de forme générale

$$C^6H^5 - CHOH - CH(R) - CHR^2$$

qui se déshydratent facilement, doivent le faire en conduisant surtout aux homologues du styrolène, et non à ceux de l'allylbenzène; la présence de traces de ces derniers dans le carbure de déshydratation devant à notre avis être attribuée à une isomérisation très partielle ultérieure.

Nous l'avons bien vérifié sur deux exemples particulièrement accessibles.

L'éthylphénylcarbinol (en présence de bisulfate de potassium) ne donne pas d'autre carbure C^9H^{10} que le *propénylbenzène*. Nous n'avons pas trouvé trace d'*allylbenzène*.

Avec l'*isopropylphénylcarbinol*, les résultats furent un peu moins nets. En effet, en dehors du *ββ-diméthylstyrolène* nettement prépondérant, nous avons rencontré environ 5 pour 100 d'un carbure plus volatil qui est peut-être un *β-méthylallylbenzène*. Encore convient-il de faire quelques réserves, car notre carbinol ne présentait pas des garanties de pureté absolue.

Les travaux de Auwers et Treppmann [1] sont en contradiction avec ces résultats et avec les conclusions ci-dessus.

Ces auteurs prétendent que la déshydratation du *phénylcyclohexylcarbinol* (en présence de bisulfate de potassium) conduit à un carbure de formule

$$\text{(I)} \qquad C^6H^5 - CH^2 - C\begin{cases} \!\!= CH - CH^2 \\ \; CH^2 - CH^2 \end{cases}\!\!> CH^2 \quad (\textit{benzylcyclohexène-}\alpha),$$

qui a par conséquent la constitution de l'allylbenzène. Ils appuient leur formule sur la valeur de la réfraction moléculaire qui ne présenterait qu'une faible exaltation (0,4), et sur une oxydation permanganique. Or, les résultats de celle-ci ne sont nullement probants : l'obtention d'un glycol dont la formule développée n'est pas élucidée s'accorde en effet aussi bien avec la formule du *benzylidènecyclohexane*

$$\text{(II)} \qquad C^6H^5 - CH = C\begin{cases} CH^2 - CH^2 \\ CH^2 - CH^2 \end{cases}\!\!> CH^2.$$

L'obtention de quantités massives d'acide benzoïque s'accorde mieux avec cette dernière formule.

Nous avons donc repris la déshydratation du phénylcyclohexylcarbinol en opérant sur un échantillon remarquablement pur. Nous avons trouvé

---

(1) *Ber. d. Chem. Ges.*, 48, 1915, p. 1208.

un carbure dont voici les constantes : Eb. 116° sous $9^{mm},5$, $D_{23°} = 0,9663$; $n_D^{23°} = 1,55674$. Ces constantes sont voisines de celles de Auwers et Treppmann, sauf notre indice qui est nettement plus fort. La réfraction moléculaire de notre carbure présente ainsi une exaltation de 1,32 qui n'est plus compatible qu'avec la formule (II). D'ailleurs, le point d'ébullition de notre corps est rigoureusement fixe; il se congèle dans l'anhydride carbonique solide imbibé d'acétone, et fond à — 38°, — 36°. La viscosité du liquide à la température de fusion a empêché une meilleure détermination de cette température. Le point de fusion est relativement élevé pour un carbure et suppose une certaine symétrie que la formule (I) n'a pas. De plus, le ββ-diméthylstyrolène que nous avons réussi à congeler fond à — 52°, — 51°. Ce carbure présente la même symétrie.

Nous avons déterminé avec précision les réfractions moléculaires de quelques homologues du styrolène : nous avons trouvé les exaltations suivantes : *styrolène :* 1,15; *propénylbenzène :* 1,14; ββ-*diméthylstyrolène :* 1,31; le carbure contesté a donc très vraisemblablement la constitution styrolénique. Il est probable que le carbure de Auwers et Treppmann était aussi le benzylidènecyclohexane, mais souillé d'une impureté plus dense ou moins réfringente.

Nous avons voulu parfaire notre démonstration par l'étude du spectre Raman de notre carbure. Les données trouvées dans la littérature étaient insuffisantes, car les carbures styroléniques étudiés à ce point de vue par Lespieau et Bourguel étaient trop éloignés du benzylidènecyclohexane. Aussi avons-nous dû déterminer le spectre Raman du ββ-diméthylstyrolène. Ce spectre et celui du benzylidènecyclohexane possèdent des raies communes et d'autres extrêmement voisines qui ne laissent aucun doute sur la constitution de la partie de la molécule en litige. Voici les fréquences Raman des raies les plus caractéristiques :

Diméthylstyrolène : 335 (f), 511 (m), 618 (f), 739 (f), 998 (F), 1028 (f), 1183 (m), 1291 (f), 1493 (f), 1575 (m), 1599 (FF), 1657 (FFF) [1].

Benzylidènecyclohexane : 335 (f), 511 (m), 616 (m), 735 (m), 999 (F), 1024 (m), 1182 (m), 1288 (m), 1490 (f), 1572 (f), 1596 (FF), 1652 (FFF) [1].

La déshydratation prétendue aberrante du phénylcyclohexylcarbinol rentre donc dans le cadre normal; elle a les caractères d'une déshydratation éthylénique simple.

---

[1] (f) = faible; (m) = moyenne; (F) = forte; (FF) = très forte; (FFF) = la raie la plus intense du spectre Raman.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides dilactyliques et leur anhydride.* Note de M. **P. Vièles**, présentée par M. Delépine.

Les acides dilactyliques $(d+l)$ et i s'obtiennent facilement à partir de leurs sels de magnésium [Jungfleisch ([1])] ou de leurs amides [Godchot et Vièles ([2])]. Nous avons préparé les acides actifs en saponifiant par la soude normale les amides provenant du dédoublement spontané de la dilactylamide racémique, récemment découvert par M. Godchot et nous-même ([3]). L'amide de pouvoir rotatoire $[\alpha^{15}_{5461}] = 90^\circ{,}22$ ([4]) fournit un acide actif de même signe, fondant à 88° :

$$[\alpha^{17}_{5461}] = 126^\circ{,}8, \qquad \frac{\alpha_{5780}}{\alpha_{5461}} = 0{,}883, \qquad \frac{\alpha_{4358}}{\alpha_{5461}} = 1{,}643$$

(en solution aqueuse de titre 0,0911 et à 17°).

La présente Note a pour objet l'étude de la déshydratation des divers acides dilactyliques et la comparaison des anhydrides obtenus à leurs isomères les dilactides :

(Anhydride dilactylique.)	(Dilactide.)
$CH^3CH \quad CO$	$CH^3CH \quad CO$
O< >O	O< >O
$CH^3CH \quad CO$	$CO \quad CHCH^3$

A. Jungfleisch et Godchot ([5]) ont montré que par distillation sous pression réduite l'acide dilactylique fournit l'anhydride. Nous avons réalisé cette déshydratation de trois façons différentes : action de l'anhydride acétique, du chlorure de thionyle et enfin, action de la chaleur, sur les différents acides dilactyliques.

1° *Action de l'anhydride acétique.* — Il a déjà été signalé [Godchot et Vièles ([2])] que l'anhydride acétique réagit sur l'acide $(d+l)$ pour donner l'anhydride correspondant, et non sur l'acide i.

L'anhydride $(d+l)$ ainsi obtenu est exempt de produits de pyrogénation et cristallisable après deux distillations (facilement surfusible) :

([1]) *Comptes rendus*, **155**, 1912, p. 799.
([2]) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1430.
([3]) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **51**, 1932, p. 589.
([4]) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 24.
([5]) *Comptes rendus*, **144**, 1907, p. 979.

P. F. = 36°, P. E_{20mm} = 108°, n_{20}^{D} = 1,44565, d_4^{20} = 1,2106; Réfraction moléculaire : 31,70 (calculée : 31,30).

Il réagit lentement sur l'eau en régénérant l'acide ($d+l$).

En faisant agir l'anhydride acétique sur l'acide dilactylique lévogyre, nous avons obtenu l'anhydride correspondant qui est dextrogyre :

$$[\alpha_{5461}^{17}] = +18°,7, \quad \frac{\alpha_{5780}}{\alpha_{5461}} = 0,90, \quad \frac{\alpha_{4358}}{\alpha_{5461}} = 1,26$$

(en solution benzénique, de titre 0,0981 à 17°).

2° action du chlorure de thionyle; elle conduit à partir de l'acide ($d+l$) à un mélange d'anhydride et de dichlorure de dilactylile $C^6H^8O^3Cl^2$, E_{20mm} = 85°. Ce dernier n'est qu'en très faible proportion si l'on opère en présence d'un très fort excès de chlorure de thionyle.

Le chlorure de thionyle ne réagit pas sur l'acide *i*-dilactylique.

3° action de la chaleur : lorsque l'on distille sous pression réduite l'acide ($d+l$), il y a d'abord élimination d'eau, puis on recueille l'anhydride. Si l'on chauffe de la même façon l'acide *i*, aucune élimination d'eau ne se produit et l'acide distille à peu près inaltéré à 120° sous 20^{mm}.

Distillés sous la pression atmosphérique, les deux acides dilactyliques se décomposent l'un et l'autre en donnant de l'eau, de l'éthanal et de l'anhydride carbonique.

En résumé, il a été impossible par les diverses méthodes utilisées de préparer l'anhydride correspondant à l'acide *i*-dilactylique.

B. La correspondance entre les divers composés dilactyliques et les acides lactiques actifs est la suivante [1] :

acide *d*-lactique → *d*-lactate d'éthyle (lévog.) → [par action du ($d+l$) α-bromopropionate d'éthyle sur le *d*-lactate d'éthyle sodé] *d*-dilactylate d'éthyle [2] (lévog.) → *d*-dilactylamide (lévog.) → acide *d*-dilactylique (lévog.) → anhydride *d* dilactylique (dextrog.).

C. Nous rapprocherons ces résultats de ceux obtenus par Jungfleisch et Godchot [3] dans la déshydratation par estérification de l'acide lactique, qui conduit à partir de l'acide *d*-lactique à l'acide lactyllactique (dextrog.)

---

(1) La correspondance entre le *d*-lactate d'éthyle et le dilactylate lévogyre avait été signalée déjà par Jungfleisch et Godchot.

(2) Accompagné de *i*-dilactylate d'éthyle.

(3) *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 111.

puis au dilactide (lévog.), composés respectivement isomères de l'acide et de l'anhydride dilactylique.

Selon les formules données plus haut, l'anhydride dilactylique et le dilactide peuvent exister l'un et l'autre sous les formes *cis* et *trans*; l'anhydride dilactique *trans* et le dilactide *cis* sont dédoublables. Seules les variétés dédoublables de ces deux isomères sont connues jusqu'à présent et par conséquent l'anhydride dilactylique obtenu par nous est un dérivé *trans* alors que le dialactide est un dérivé *cis*.

Notons enfin que si la transformation de l'acide lactique ($[\alpha_D] = \pm 2°,24$) en dilactide ($[\alpha_D] = \mp 298°$) s'accompagne d'une exaltation considérable du pouvoir rotatoire avec changement de signe, le passage de l'acide lactique à l'anhydride dilactylique ne donne lieu qu'à une faible exaltation sans changement de signe.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la gélification des huiles d'*Aleurites, *dites Huiles de Bois de Chine, par les sels halogénés d'antimoine.* Note de M[lle] **M.-Th. François**, présentée par M. M. Delépine.

De récentes publications de M. S. Sabetay (1) et de MM. R. Delaby, S. Sabetay et M.-M. Janot (2), ont attiré l'attention des chimistes sur les ressources qu'offre le trichlorure d'antimoine dans l'étude des composés non saturés. J'ai été ainsi amenée à rechercher les indications que ce réactif peut donner quant à la composition des huiles végétales siccatives, huiles constituées, en majeure partie, par les glycérides des acides triéthyléniques de poids moléculaire élevé : l'acide linolénique (huile de Lin) et l'acide β-œléostéarique (huiles d'*Aleurites*, dites huiles de Bois de Chine).

J'ai pu observer les faits suivants :

1° si, dans une solution chloroformique saturée de Cl^3Sb, on fait tomber, goutte à goutte, de l'huile de Bois de Chine (huile de Tung : *Aleurites Fordii* Hemsl., ou huile d'Abrasin : *Aleurites montana* Wilson), chaque goutte se gélifie instantanément au seul contact du réactif. Dans les mêmes conditions, l'huile de Bancoulier (*Aleurites moluccana* Willd.) et l'huile de Lin (*Linum usitatissimum* L.) restent fluides.

2° si l'on utilise une solution chloroformique contenant au plus

(1) S. Sabetay, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 557.

(2) R. Delaby, S. Sabetay et M.-M. Janot, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 276.

10 pour 100 de Cl^3Sb ou une solution saturée de Br^3Sb, on peut obtenir soit un durcissement de l'huile de Bois de Chine à la surface du liquide, soit, si l'on a pris soin d'agiter pendant l'apport de l'huile, une prise en masse plus ou moins rapide de tout le mélange.

3° cette gélification, spécifique des huiles de Tung et d'Abrasin [1], peut être utilisée analytiquement pour identifier ces huiles et même déceler le taux de l'adultération dont elles sont fréquemment l'objet.

Pour déterminer les conditions optima de l'essai, j'ai successivement fait varier la quantité de réactif, sa concentration, la quantité d'huile à ajouter. Il apparaît que, pour obtenir une gélification avec la solution à 5 pour 100 de Cl^3Sb, il faut utiliser 6 à 7 gouttes d'huile et attendre 10 à 15 minutes. La concentration de 7 pour 100 du même sel produit la solidification des huiles de Tung avant 1 minute et celle des huiles d'Abrasin entre 2 et 4 minutes (moyen de distinguer ces deux huiles). Enfin, 3^{cm^3} de solution à 5 pour 100 ne peuvent être substitués à 2^{cm^3} de solution à 7 pour 100. La solution saturée de Br^3Sb ne peut être employée parce qu'elle est instable, celle de I^3Sb est trop peu active.

Ces résultats ont permis de fixer le mode opératoire suivant : à l'aide d'une burette graduée, on verse dans une série de tubes à essai (12 à $14^{mm} \times 160^{mm}$) 2^{cm^3} d'une solution chloroformique de Cl^3Sb à 10 pour 100, puis, en agitant constamment, on ajoute, avec un compte-gouttes normal, exactement 4 gouttes de l'huile à essayer. Pour les huiles de Tung et d'Abrasin pures, le mélange se colore en brun caramel plus ou moins foncé et la gélification totale est instantanée. Pour des huiles contenant 20 pour 100 d'une huile étrangère (huile d'Arachide, huile de Bancoulier), la prise en masse se produit après 1 ou 2 minutes; pour des huiles contenant 40 pour 100 d'huile adultérante, la gelée apparaît après 10 à 15 minutes; de plus, au lieu de se présenter comme une masse solide qui peut se diviser facilement, le produit obtenu est gluant et adhère aux parois du tube. Il est possible de trouver très rapidement, avec une précision minima de 10 pour 100, le degré de pureté d'une huile en réalisant des mélanges en quantités connues de celle-ci avec une huile d'Arachide (par exemple). Inversement, on peut connaître le taux d'huile de Bois de Chine contenu dans une huile de Lin, même si celui-ci est faible, en enrichissant la matière première à étudier en une huile de Bois de Chine reconnue

---

(1) Il resterait à examiner une autre huile siccative, l'huile de Bois du Japon, *Aleurites cordata* R. Br., usitée seulement dans son pays d'origine; je n'ai pu encore obtenir l'échantillon de graines qui permettrait la préparation d'une huile authentique.

authentique et en déterminant le pourcentage nécessaire à introduire pour obtenir la gélification.

Tous les essais ont été réalisés sur 6 échantillons d'huile d'Abrasin et 12 échantillons d'huile de Tung, les uns industriels, les autres préparés au Laboratoire, à partir de graines authentiques.

Les standolies (huiles épaissies par le chauffage jusqu'à la température dite d'échauffement spontané, puis refroidies brusquement), présentent des caractères correspondant aux matières premières dont elles proviennent. Pour l'étude des mélanges de standolies de Lin et de Bois de Chine, il est bon d'opérer avec 6 gouttes de produit; la gélification d'une standolie de Bois de Chine demande 1 minute, la méthode des mélanges pour reconnaître les coupages s'applique aussi bien qu'aux huiles elles-mêmes.

Conclusions. — La gélification des huiles de Bois de Chine par la chaleur ou par l'action de réactifs chimiques (iode, acide nitreux, acide chlorhydrique, chlorure ferrique, chlorure stannique, chlorures de soufre, d'aluminium ou de zinc, etc.) exige un temps variable, parfois assez long (plusieurs heures et même toute une nuit); elle suppose, de plus, la réalisation de conditions opératoires quelquefois assez délicates. La méthode qui utilise la solution chloroformique à 10 pour 100 de Cl^3Sb offre l'avantage d'être rapide et de n'exiger que le matériel habituel des laboratoires en ne présentant aucune difficulté de manipulation; son utilisation en analyse paraît donc souhaitable.

Remarquons enfin que la plupart des différents agents proposés pour la gélification des huiles de Bois de Chine appartient à la série des chlorures métalliques facilement dissociables, mais, si le cation semble jouer un rôle important dans le mécanisme de la transformation, l'anion lui-même n'est pas indifférent, puisque, dans le cas de l'antimoine tout au moins, il influe notablement sur la vitesse du phénomène.

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Étude cristallographique du nickelocyanure de baryum.* Note (1) de MM. **H. Brasseur**, **A. de Rassenfosse** et **J. Piérard**, présentée par M. Perrin.

La comparaison des constantes cristallographiques du platinocyanure de baryum hydraté, $BaPt(CN)^4.4H^2O$, du nickelocyanure pour

(1) Séance du 15 janvier 1934.

lequel on donne la formule, $BaNi(CN)^4.3H^2O$ et du palladocyanure, $BaPd(CN)^4.4H^2O$, à partir des renseignements donnés par Groth ([1]), met en évidence l'isomorphisme probable de ces trois composés. Ces cyanures doubles cristallisent en effet dans le système monoclinique et les caractéristiques cristallographiques, comme le montre le tableau suivant, sont voisines :

	a	:	b	:	c	β.
$BaPt(CN)^4.4H^2O$............	0,8677	:	1	:	0,4788	103°42′
$BaPd(CN)^4.4H^2O$............	0,8534	:	1	:	0,4857	103.38
$BaNi(CN)^4.3H^2O$............	0,8713	:	1	:	0,4959	104.38

Les similitudes observées pour ces trois caractéristiques suggèrent la similitude des formules chimiques et, par suite, l'inexactitude de la formule du nickelocyanure déjà considérée par Groth comme douteuse. Il était intéressant, d'une part, de rechercher par voie directe le nombre des molécules d'eau de cristallisation du nickelocyanure et, d'autre part, de prolonger dans le domaine des distances réticulaires la démonstration de l'isomorphisme observé.

Les cristaux de ce composé ont été préparés en dissolvant en proportions stœchiométriques le cyanure de nickel dans une solution de cyanure de baryum.

L'étude goniométrique de cristaux bien constitués donne :

$$a : b : c = 0,8722 : 1 : 0,4940; \qquad \beta = 104°50'.$$

Ces constantes sont voisines de celles données par Handl ([2]) mais concordent mieux avec les valeurs a, b, c déterminées au moyen des rayons X.

En le portant à 120-125° C., on déshydrate le nickelocyanure sans le décomposer de telle sorte que le nombre de molécules d'eau de cristallisation peut se calculer à partir de la perte de poids. La moyenne des nombres de molécules d'eau déterminée par plusieurs essais est de 3,93. En tenant compte des erreurs expérimentales, on peut donc admettre 4 comme nombre définitif et la formule exacte est $BaNi(CN)^4.4H^2O$. L'étude du nickelocyanure de baryum par la méthode du cristal tournant d'angles limités (15°) avec a, b, c comme axes de rotation successifs fournit pour les

([1]) P. Groth, *Chemische Kristallographie*, **1**, p. 404.
([2]) A. Handl, *Sitzber. der Akad. der Wiss. Vien*, **32**, 1858, p. 246.

constantes réticulaires les valeurs :

$$a = 11,715 \text{ Å} \pm 0,5 \text{ pour } 100,$$
$$b = 13,481 \text{ Å} \pm 0,5 \text{ pour } 100,$$
$$c = 6,629 \text{ Å} \pm 0,5 \text{ pour } 100,$$
$$\beta = 104°56'.$$

Ces valeurs de a, b, c sont très voisines de celles trouvées précédemment ([1]) pour le $BaPt(CN)^4.4H^2O$, à savoir :

$$a = 11,89 \text{ Å} \pm 1 \text{ pour } 100,$$
$$b = 14,08 \text{ Å} \pm 1 \text{ pour } 100,$$
$$c = 6,54 \text{ Å} \pm 1 \text{ pour } 100,$$
$$\beta = 103°42'.$$

La densité d des cristaux de $BaNi(CN)^4.4H^2O$ a été déterminée par la méthode du picnomètre en utilisant le benzène sec comme liquide de comparaison. On trouve $d = 2,383$ à 20°C.

La maille-unité contient donc 4 molécules de ce composé.

Le déchiffrement des radiogrammes montre l'existence d'extinctions systématiques (hkl) pour $h+k+l$ impair et $(h0l)$ pour h ou l impair; ces extinctions conduisent au groupe de recouvrement C_{2h}^6.

L'étude des intensités qualitatives de réflexion sur un grand nombre de plans réticulaires nous a permis de donner aux coordonnées des atomes de Ba et de Ni les valeurs :

	θ_1.	θ_2.	θ_3.	x.	y.	z.
4 Ba........	0	135°	90°	0	3/8	1/4
4 Ni........	0	0	0	0	0	0

qui sont identiques aux coordonnées des atomes de Ba et de Pt dans le platinocyanure correspondant.

On peut donc conclure à l'isomorphisme complet du platinocyanure et du nickelocyanure de baryum hydratés.

Il en résulte que les formes des groupes $[Ni(CN)^4]^{--}$ et $[Pt(CN)^4]^{--}$ sont identiques et que leurs dimensions sont peu différentes.

Ces deux groupes sont donc plans, c'est-à-dire que les atomes de Pt et de Ni sont situés aux centres de carrés dont les sommets sont occupés par les groupes (CN).

([1]) H. Brasseur et A. de Rassenfosse, *Mém. Soc. Sc. Liége*, 3e série, 18, p. 1.

GÉOLOGIE. — *Constitution géologique du Massif de Chabrières (Hautes-Alpes)*. Note de M. D. **Schneegans.**

Jusqu'ici on admettait, à la suite de E. Haug, que les *klippes* calcaires de Chabrières et de la Pousterle, ces beaux sommets dominant la vallée de la Durance entre Gap et Embrun, étaient les témoins d'une grande nappe issue de la zone du Briançonnais et *supérieure à la nappe du Flysch*. Une telle interprétation ne s'accorde plus avec les observations faite par moi au Sud de la Durance et par Mme Gubler-Wahl au Sud de l'Ubaye. Pour déterminer la position tectonique de ces klippes, il convenait d'étudier leurs relations avec les lignes de *cicatrices* qui jalonnent la base de la nappe du Flysch (s. str.). Tel a été le but de plusieurs courses faites en compagnie de M. Gignoux et qui nous ont permis de retrouver aux environs de Réallon les unités tectoniques définies par moi plus au Sud dans le Massif du Morgon. Là, j'ai montré que le coussinet d'écailles mésozoïques (Escouréous) sur lequel repose le Flysch à Helminthoïdes était fait des débris morcelés et étirés de son substratum primitif, décollé à peu près au niveau des gypses triasiques et entraîné dans le gigantesque *écoulement* du Flysch sur son avant-pays. Sur son trajet, la nappe a rencontré les plis de zones plus externes (séries du Chapeau de Gendarme et du Morgon); ceux-ci ont été à leur tour extirpés de leurs racines et poussés en avant. L'épaisse couverture de Flysch noir qui enfermait les noyaux mésozoïques a été amassée au-devant de la vaste nappe. C'est ainsi que sur le front de celle-ci et le long de sa bordure, les terrains mésozoïques fragmentés apparaissent en général, au pied des grands escarpements de Flysch à Helminthoïdes, en cicatrices discontinues séparées de l'autochtone par des paquets de Flysch noir.

Sur la rive droite de la Durance, dans le flanc Sud du Mont Saint-Guillaume, on retrouve une telle disposition. A la base du Flysch à Helminthoïdes sont égrenées des *écailles mésozoïques* principalement calcaires. A la Balme, nous avons pu observer jusqu'à cinq lames de calcaires superposées au Flysch noir. La plupart de ces écailles débutent par des cargneules et des calcaires triasiques; le Lias y fait défaut, le calcaire oolithique et zoogène du Dogger venant s'appliquer directement sur le Trias; les marno-calcaires à *Cancellophycus* du Callovien, les calcaires marmoréens roses ou gris, parfois à jaspes siliceux, du Malm, le Néoco-

mien à *Aptychus* et les Marbres en plaquettes néocrétacés leur succèdent vers le haut. Le laminage a d'ailleurs fait disparaître le plus souvent un ou plusieurs termes de cette série. Exceptionnellement, au-dessus du Clot Bouffier, un noyau de quartzites triasiques est resté emprisonné entre deux lames de calcaires à Diplopores. Ce sont là des faciès « *subbriançonnais* » typiques, identiques à ceux de la cicatrice de Jausiers. Cette *zone d'écailles* se prolonge vers l'Ouest en direction de Réallon. A partir du hameau des Méans elle est en partie masquée par des dépôts superficiels et aboutit au thalweg du torrent de Réallon. Sur le versant gauche s'érigent les pentes escarpées du Flysch à Helminthoïdes. Sur le versant opposé le substratum en écailles de ce dernier a été brusquement relevé et mis à nu par l'érosion. C'est lui qui constitue les *klippes de la Pousterle et de Chabrières*. Au Nord-Ouest, ce champ d'écailles est encadré par le Flysch à Helminthoïdes. Suivant une ligne sinueuse qui remonte le torrent de Réallon jusqu'à hauteur d'Ollieux, passant ensuite sur le versant gauche du torrent de la Gorge et s'élevant graduellement jusqu'au col qui sépare les Parias de la Pousterle, ces écailles et le Flysch noir qui les supporte s'enfouissent sous le manteau uniforme de Flysch à Helminthoïdes.

La *klippe de la Pousterle* présente les faciès subbriançonnais des écailles du flanc Sud du Mont Saint-Guillaume. Il en est de même des lames mésozoïques étalées dans le haut vallon du Martinas. Celles-ci sont coiffées au Sud-Est par un lambeau de Flysch à Helminthoïdes, suivant l'éperon 2212-2233^{m}. De l'autre côté de cette croupe s'épanouit la *série de Chabrières*, qui s'élève jusqu'au sommet de cette montagne par une série de compartiments faillés. Le Trias constitue les abrupts ruiniformes qui entourent la crête terminale; les calcaires marmoréens blancs du Jurassique supérieur recouvrent ce Trias, par l'intermédiaire de la célèbre brèche amygdalaire rose du type Marbre de Guillestre. Cette masse calcaire repose sur deux écailles superposées, dont les faciès sont ceux de la klippe de la Pousterle, et qui affleurent sur l'arête Est de Chabrières jusqu'aux Croix de Viandre. Plus bas on rencontre une épaisse masse de Marbres en plaquettes qui appartient à la couverture des écailles mésozoïques *à faciès externe* (série du Morgon). Une de ces écailles avait été reconnue par M. Gignoux [1]; nous en avons retrouvé une autre sur la rive droite du torrent de Réallon, en face du village de ce nom : il y a là des argilolithes rouges du Trias, du

---

(1) M. Gignoux, L. Moret et P. Lory, *Revision de la Feuille Gap au 1/80000e* (*Bull. Carte géol. de France*, **36**, n° **187**, 1932, p. 10).

Rhétien et un Lias très bien différencié. Toutes ces écailles reposent sur les terres noires autochtones par l'intermédiaire d'un coussinet de Flysch noir.

Le Flysch à Helminthoïdes, élément le plus élevé de la nappe de l'Ubaye-Embrunais, est donc *tectoniquement supérieur aux klippes de Chabrières et de la Pousterle*. Celles-ci constituent une dilatation de la cicatrice de base de la nappe, dans le prolongement axial de l'entassement d'écailles du Morgon. Le fait de rencontrer parmi les terrains de cette cicatrice des séries à faciès quasi briançonnais, comme celle de Chabrières, est un argument de plus pour rattacher le Flysch de l'Embrunais à la zone du Briançonnais.

GÉOLOGIE. — *Sur la radioactivité des sources minérales de Grèce.* Note de M. **Michel Pertessis**, présentée par M. H. Douvillé.

Depuis 1923 j'ai mesuré sur place la radioactivité de la presque totalité des sources minérales de Grèce, ainsi que la radioactivité des gaz dégagés par certaines de ces sources.

Pour ces mesures je me servais d'un *Fontaktoskop* d'Engler et Sieveking, construit par Günther et Tegetmeyer, accompagné d'un récipient spécial pour la mesure de la radioactivité des gaz. Les résultats obtenus, exprimés en milli-micro-curie, sont rapportés à un litre d'eau et ils sont dus à la seule radioactivité de l'eau, car le surcroît de radioactivité, provenant de la radioactivité induite (dans le cas d'une radioactivité appréciable), a été toujours déterminé et soustrait. La décharge naturelle de l'appareil était déterminée au moyen d'eau distillée avant chaque mesure proprement dite. Des trois nombres qui suivent la localité et le nom de chaque source mentionnée ci-dessous, le premier indique la totalité des sels dissous, en grammes par kilogramme d'eau, le second la température en degrés centigrades et le troisième la radioactivité en milli-micro-curie :

Aedipsos (Eubée), source *Thermopotamos* 32,93-78°,2-0,037, source Damarion 33-71°,2-0,066, source de l'Hôtel *Thermæ Sylla* 29,45-34°,5-21,4, source de l'Hôtel *Pigæ* 31,19-56°,5-0,96. Bains d'Eleftérai (Macédoine), source *Anavryoussa* 2,80-41°,5-0,23, source Alexandre-le-Grand 2,70-40°,6-0,20, source *Apollonia* 2,82-40°,8-0,22 Lesbos, source des bains de Thermi 35,48-46°,9-0,29, source des bains de Séra 1,68-39°,7-0,66, source des bains d'Eftalou 5,81-46°,5-5,44, source des bains de Kourdzi

1,76-35°,5-0,11, source de Polychnitos, jaillissant dans le ravin Almyropotamos 11,18-81°,4-2,22, grande source de Polychnitos, jaillissant près du ravin Almyropotamos 11,69-76°,1-0,59. Hypate (Phtiotide), source de l'Établissement thermal 7,70-33°,5-0,040. Kaïafa (Triphyllie), source de l'Établissement thermal 16,52-35°,6-0,66, source Géranion 5,49-27°,4-0,22. Kaména-Vourla (Phtiotide), source de la piscine 10,41-32°,4-75,1. Loutraki (Korinthe), source de l'Établissement thermal de l'État 2,21-31°,3-4,2. Langaza (Macédoine), source de l'Établissement thermal 0,78-39°,2-0,66. Methana (Argolide), source de l'Établissement de l'État 39,23-34°,4-0,39, source de l'Établissement Dima 11,88-41°,2-0,28. Moulin Koniavitis (Phtiotide) 9,85-32°,7-0,96. Nea Apollonia (Chalcidique), source de l'Établissement thermal 1,14-49°,8-0,94, source de l'Établissement byzantin en ruines 0,76-38°,8-1,60. Nigrita (Macédoine), source de l'Établissement thermal 3,49-55°,2-0,29. Pherrai (Thrace), source de l'Établissement thermal 8,38-50°,6-1,96. Platystomo (Phtiotide), source sulfureuse-alcaline de l'Établissement thermal 0,41-33°,6-0,05. Samothrace, source de la piscine 12,70-59°,2-0,18. Sidirocastron (Macédoine), source de l'Établissement thermal 1,71-43°,4-0,55. Smokovo (Thessalie), source Alexandre de l'Établissement thermal 0,30-40°,2-0,14. Thermopyles (Phtiotide), source de l'Établissement thermal 7,83-32°-0,18. Xyno-Nero (Macédoine), source centrale 1,54-14°,2-0,07. Yaltra (Eubée), source de la piscine 29,80-42°,3-0,96.

Comme on le voit, il y a parmi les sources minérales de Grèce quelques-unes dont la radioactivité dépasse 1,3 M. m. C. et qui, par conséquent, peuvent être considérées, au point de vue balnéologique, comme radioactives. Les sources les plus radioactives sont celles de Kaména-Vourla (75,1 M. m. C.) et de l'Hôtel Thermae Sylla à Aedipsos (21,14 M. m. C.), dont le débit s'élève respectivement à 130^{m^3} et 150^{m^3} par 24 heures. Il est à remarquer que ces deux sources se trouvent dans le golfe d'Eubée, en face l'une de l'autre, l'une sur la côte de la Grèce continentale et l'autre sur celle de l'île d'Eubée.

Outre la radioactivité des eaux, j'ai mesuré la radioactivité des gaz dégagés spontanément sous forme de bulles à travers l'eau de quelques-unes des sources ci-dessus mentionnées. Voici les résultats obtenus, rapportés à 1^l de gaz à $t = 0°$ et $H = 760^{mm}$:

Sources.	Composition chimique des gaz (pour 100). CO^2.	O^2.	N^2.	H^2S.	Radioactivité (Milli-micro-Curie)
Aedipsos (Damarion).......	99,5	0,1	0,4	–	3,6
Eftalou (Lesbos)...........	2.3	0,7	97,0	–	66,6
Hypate....................	94,8	0,4	4,62	0,18	0,29
Kaména-Vourla............	15,1	0,5	84,4	–	414,4

Le dégagement des gaz de la source d'Hypate est très abondant, évalué à 500$^{m^3}$ par 24 heures. Celui des autres sources est bien inférieur, allant de quelques litres à quelques mètres cubes pour le même laps de temps. Les gaz très radioactifs de Kaména-Vourla examinés au spectroscope ne montrèrent pas les raies de l'hélium.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la circulation générale de l'air atmosphérique au-dessus de l'Indochine.* Note de M. **Henry Hubert**.

La construction, pour les différentes stations de sondages aérologiques de l'Indochine, de séries de graphiques analogues à ceux que j'ai établis pour Saigon [1], permet d'aborder pour la première fois les grandes lignes de la circulation de l'air atmosphérique au-dessus de notre grande colonie d'Extrême-Orient. Les documents utilisés pour la construction de ces graphiques sont ceux du Service météorologique de l'Indochine.

En restant dans le domaine des faits, mais en éliminant de nombreux détails sur lesquels je me propose de revenir par la suite, on constate que, jusqu'à la limite des observations actuelles (10000 à 13000^m environ), les vents dominants se présentent dans des conditions très comparables lorsqu'il s'agit de stations de même latitude. Ceci se comprend aisément lorsque l'on considère le dessin géographique de la colonie et sa faible extension de l'Est à l'Ouest. C'est ainsi que les renseignements donnés récemment sur les courants aériens en Cochinchine s'appliquent au Cambodge.

Par contre, la circulation de l'air atmosphérique présente des différences notables en fonction de la latitude. Par exemple, les stations situées sous le parallèle d'Hanoï, à 1100^{km} au nord de Saigon (étudié précédemment), présentent les particularités suivantes.

De la seconde quinzaine de mai au début de septembre seulement, un

---

(1) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1677.

vent, plus souvent du Sud que de l'Ouest, souffle le long du sol. Il passe à un vent d'Ouest vers 2000^m d'altitude (plus haut par conséquent qu'à Saigon) et se maintient dans cette direction jusque vers 8000^m. Ici donc la mousson d'été a, dans sa partie basse, et sur une plus grande hauteur, une direction Sud-Nord plus fréquente qu'à Saigon, comme si les couches inférieures de ce vent subissaient, à partir de cette localité, une déviation vers la gauche. Comme à Saigon, par contre, la période de mousson est encadrée à Hanoï par deux courtes périodes de vent du Sud, qui est une variante de la mousson. Enfin, au-dessus des vents dont il vient d'être question, règne un vent supérieur d'Est.

D'octobre à avril on trouve à Hanoï un vent d'Ouest dont la base se place d'ordinaire entre 2500 et 5000^m. C'est le contre-alizé, dévié cette fois vers la droite depuis Saigon. Contrairement à ce qui se passe en Cochinchine, il est susceptible de s'abaisser parfois jusqu'à un millier de mètres de hauteur; exceptionnellement même, il peut descendre jusqu'au sol.

Au-dessous de ce vent d'Ouest, et à son contact immédiat (cas très différent de celui de Saigon), se trouve le vent du Nord (mousson d'hiver = alizé), beaucoup plus développé en altitude au Tonkin qu'en Cochinchine. Enfin, un vent inférieur d'Est alterne dans les couches basses de l'atmosphère avec le vent du Nord.

Le dépouillement des documents se rapportant aux stations situées à des latitudes intermédiaires entre celle d'Hanoï et celle de Saigon (Tourane et Vientiane surtout) met en évidence tous les passages progressifs entre les conditions observées aux extrémités nord et sud de l'Indochine.

Sauf pour le vent inférieur d'Est, souvent associé à l'alizé ou au vent supérieur d'Est, et pour lequel un complément d'information est nécessaire, les quatre autres vents ont bien, par leur durée, leur extension géographique et leur développement en altitude, le caractère de courants aériens. Il est rappelé ici que la limite commune à deux courants superposés est susceptible de varier en altitude de plusieurs kilomètres en moins d'une journée. En outre, lors des changements de saisons, quand un courant vient en remplacer un autre, on observe une période de chevauchement où les deux courants se manifestent alternativement.

Le fait le plus imprévu de la présente étude est la présence en Indochine d'un courant supérieur d'Est. On a vu par ailleurs qu'il se manifeste toute l'année au-dessus de la Cochinchine. Il en est de même pour le Cambodge. Pour le reste de la colonie, il est encore permanent d'avril-mai à octobre. D'octobre à avril, il alterne seulement avec le contre-alizé en Annam

(entre 2000 et 7000^m) et il disparaît au Tonkin et dans le Laos septentrional. En d'autres termes, il est superposé à la mousson d'été dans toute l'Indochine, et il s'amincit au contraire en biseau vers le Nord pendant la saison fraîche, entre l'alizé et le contre-alizé, et cesse de se manifester un peu au Sud du 20e parallèle, lorsque ces deux derniers vents deviennent jointifs.

On notera encore que ce vent d'Est n'a pas les caractères attribués dans les ouvrages classiques au courant équatorial, considéré comme produit par l'inertie relative des masses d'air autour du globe terrestre. En effet il a déjà à sa base une vitesse notable, et celle-ci ne varie pas nécessairement en fonction de l'altitude; de plus, au lieu de se développer quasi indéfiniment en hauteur, il s'insinue, soit entre la mousson d'été et un vent probablement de Nord à Nord-Est du printemps à l'automne, soit, là où il ne disparaît pas, entre l'alizé et le contre-alizé de l'automne au printemps.

La découverte de ce vent d'Est est à rapprocher de celle que j'ai faite autrefois en Afrique Occidentale d'un courant analogue (¹), courant que des recherches ultérieures ont montré s'étendre à la totalité de l'Afrique tropicale au nord de l'équateur.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Direction des sources estivales d'atmosphériques*. Note de M. R. **Bureau**, présentée par M. Ch. Maurain.

Cette Note est relative aux sources d'atmosphériques proches et souvent violentes qui sévissent principalement l'été (²). Je les désignerai ci-après sous le nom de *sources estivales* pour les distinguer des *sources nocturnes* qui se manifestent à peu près toute l'année dans des directions et à des heures régulières et qui sont attribuables à des foyers continentaux et très lointains (foyers africains au début de la nuit; foyers américains ensuite) (³).

I. A l'opposé de ce que l'on constate pour les atmosphériques nocturnes, il n'y a qu'une relation assez vague entre les directions et les heures d'apparition des sources estivales, ce qui ne saurait surprendre si l'on considère que les dernières sont beaucoup plus proches et que les atmosphériques qu'on en reçoit n'ont guère été modifiés par la propagation. Par contre, la

(¹) *Comptes rendus*, **152**, 1911, p. 1881; **155**, 1913, p. 627.

(²) Résultats obtenus à Saint-Cyr, en 1933, sur l'onde de fréquence 27 kc/s (λ 11000^m).

(³) Voir R. Bureau, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 170; et **194**, 1932, p. 2073.

direction des principales sources estivales coïncide toujours avec celle de systèmes orageux ou de fronts froids, tandis que, dans les directions vierges d'atmosphériques, on peut vérifier l'absence de toute perturbation météorologique importante de cette nature dans un rayon d'au moins 1000^{km}.

II. Les sources estivales peuvent être classées d'après leur variation diurne. On distingue :

a. des sources périodiques (maximum d'après-midi) dont la direction est à peu près fixe au cours d'une même journée; cette direction coïncide avec celle de perturbations météorologiques qui ont acquis un caractère orageux sur le continent, mais d'où ne parvenaient pas d'atmosphériques auparavant. On trouve presque toutes les sources périodiques à l'Est de la ligne Nord-Est-Sud-Ouest (exemple *fig*. 1);

b. des sources n'accusant pas de périodicité diurne régulière et dont la

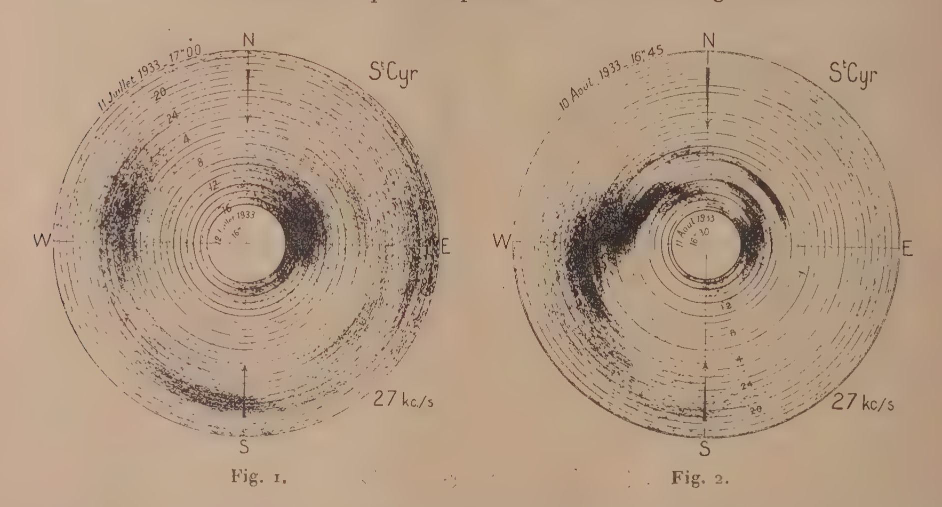


Fig. 1. Fig. 2.

direction est rapidement variable. Elles accompagnent des perturbations météorologiques à allure de front froid dont elles signalent le passage de l'Ouest à l'Est, soit par le Nord, soit par le Sud (exemple *fig*. 2);

c. des sources présentant un caractère intermédiaire entre les deux catégories précédentes.

III. Ainsi, certains foyers d'atmosphériques exigent pour se développer l'influence simultanée de la perturbation météorologique, du continent et de l'heure (cas *a*). D'autres sont liés étroitement à la perturbation météorologique et se déplacent rapidement avec elle (cas *b*), quelle que soit l'heure et quel que soit le parcours (terrestre ou maritime).

Ceci confirme la classification entre atmosphériques stagnants (cas *a*) et *migrateurs* (cas *b*) que j'ai proposée autrefois ([1]), la troisième catégorie prévue dans cette classification (atmosphériques *nocturnes*) correspondant aux sources lointaines.

IV. Les deux figures ci-contre sont la réduction de diagrammes de l'enregistreur déjà décrit ([2]) (perfectionnements apportés : depuis octobre 1932, emploi de deux cadres perpendiculaires et lever de doute; depuis juin 1933, suppression des relais et opposition potentiométrique des courants). Les diagrammes sont explorés hélicoïdalement par une lampe à lueur, du bord vers le centre, en 24 heures, à la vitesse de 10 tours par minute. Les cercles horaires sont inscrits par cette lampe à lueur qui reste allumée pendant deux tours à chaque heure ronde. Les flèches portées sur les figures indiquent la durée de la nuit. Sur la figure 1, on distingue les deux sources nocturnes régulières vers le Sud-Sud-Ouest au début de la nuit (sources africaines) et vers l'Ouest-Nord-Ouest à la fin (sources américaines) et deux groupes principaux de sources estivales vers l'Est et vers l'Est-Nord-Est (sources européennes). Sur la figure 2, des sources sans variation diurne sont en rotation rapide de l'Ouest-Sud-Ouest au Nord-Est par le Nord.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux (Seine-et-Oise) au 1er janvier 1934.* Note de MM. **L. Éblé** et **G. Gibault**, présentée par M. Ch. Maurain.

De même que les années précédentes, les valeurs des éléments magnétiques au 1er janvier sont déduites de toutes les valeurs horaires enregistrées au cours des mois de décembre et janvier. Les variations séculaires sont relatives à la période écoulée du 1er janvier 1933 au 1er janvier 1934; elles présentent le même caractère que l'année précédente : encore faibles pour les éléments qui ne dépendent pas de la déclinaison.

([1]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 2073.
([2]) R. Bureau, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 529.

Valeurs absolues et variations séculaires des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux.
(Latitude, 48°49′16″; longitude, 2°0′52″ E Gr.)

	Valeurs absolues pour l'époque 1934,0.	Variations séculaires.
Déclinaison	10°22′,5	−10′,0
Inclinaison	64°44′,3	+ 0′,2
Composante horizontale	0,19642	+0,00005
» verticale	0,41624	+0,00017
» Nord	0,19321	+0,00015
» Ouest	0,03537	−0,00056
Force totale	0,46026	+0,00018

GÉOPHYSIQUE. — *Remarques théoriques sur la distribution de l'ozone dans l'atmosphère.* Note [1] de M. **D. Barbier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. On sait que la méthode de Fabry et Buisson permet d'obtenir la quantité totale d'ozone qu'a rencontré un rayon lumineux provenant du Soleil. Soit $N(\varphi)$ cette quantité en appelant φ la distance zénithale du Soleil. On a

$$N(\varphi)=\int_{R}^{\infty}\frac{r\rho(r)\,dr}{\sqrt{r^2-R^2\sin^2\varphi}}, \tag{1}$$

R est le rayon terrestre, r la distance d'un point du rayon lumineux au centre de la Terre et $\rho(r)$ la quantité d'ozone en chaque point de l'atmosphère. On se propose connaissant $N(\varphi)$ de déterminer $\rho(r)$.

Mineur [2] a montré que, si l'équation (1) admet une solution continue, celle-ci est unique, mais il n'est pas évident qu'il y ait de solutions continues. D'autre part Chalonge [3] a montré, en utilisant des distributions discontinues, que le problème est physiquement indéterminé, ou tout au moins très mal déterminé. Nous allons ici essayer d'apporter quelques précisions à ce sujet.

2. Depuis longtemps, on a reconnu que les mesures se laissaient assez bien représenter par

$$N(\varphi)=\frac{\varepsilon D}{\sqrt{D^2-R^2\sin^2\varphi}}, \tag{2}$$

où ε est la quantité totale d'ozone. On a interprété cette formule en suppo-

---

(1) Séance du 19 février 1934.

(2) *Journal de Physique*, 7e série, **3**, 1932, p. 145.

(3) *Journal de Physique*, 7e série, **3**, 1932, p. 21.

sant tout l'ozone réuni dans une couche mince située à la distance D du centre de la Terre.

Nous avons montré qu'avec cette expression pour N(φ) *l'équation* (1) *n'admet pas de solutions continues. On peut cependant trouver des fonctions continues* ρ(*r*) *telles que* (1) *diffère aussi peu qu'on le voudra de* (2) *et en particulier d'une quantité moindre que les erreurs d'observations.* Ces solutions sont dites *d'approximation en moyenne* dans la théorie des équations intégrales. On obtiendra une telle solution en prenant :

$$\rho(r) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(r-D)^2}{2\sigma^2}}.$$

On démontre sans peine que lorsque σ tend vers zéro, (1) tend vers (2). Il suffira donc de prendre σ assez petit pour satisfaire aux observations.

3. Nous avons établi une méthode pour déterminer de telles solutions dans le cas général où N(φ) n'est plus donné par (2). *On trouve pour* ρ(*r*) *un développement de Charlier du type* A, c'est-à-dire de la forme

$$\rho(r) = F(r) + A_3 F'''(r) + A_4 F^{IV}(r) + \ldots$$

avec

$$F(r) = \frac{\varepsilon}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(r-b)^2}{2\sigma^2}}.$$

Si N(φ) se réduit à son expression (2), on ne peut déterminer que *b* qui est égal à D, c'est-à-dire que *la hauteur moyenne* (*ou centre de gravité*) *de la distribution d'ozone est précisément l'altitude de la couche mince représentative.* On trouve en outre pour chaque altitude une limite de σ (pour 50^{km}, $\sigma < 20$). Les observations anciennes se laissent toujours représenter par (2), il n'en est plus de même des observations récentes de Gauzit [1]. Celui-ci les a interprétées par la superposition d'une couche mince d'altitude *h* et d'une dilution uniforme dans l'atmosphère. D'après ce schéma, la quantité d'ozone devrait diminuer lorsqu'on s'élève dans l'atmosphère, ce qui est contraire à la réalité [2]. Nous préférons utiliser une distribution continue en la limitant à son premier terme. On trouve

Date.......	18 août.	23 août.	28 août.
b — R..................	17,6	18,2	44,8
σ....................	9,5	11,7	15,6

[1] *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 492.

[2] Götz et Maier Leibnitz, *Zeitschrift für Geophysik*, 9, 1933, p. 253, et Chalonge, Vassy et Barbier, *Bull. Soc. Phys.*, 3, 1933, p. 155 S.

La dispersion de l'ozone est assez grande et croît lorsque l'altitude moyenne de la distribution augmente. — La faible valeur des altitudes trouvées par Gauzit est à remarquer.

4. Pour obtenir une bonne représentation de $\rho(r)$, il faudrait déterminer ses trois premiers termes. Ceci nécessiterait des observations au moins mille fois plus précises, ce qui est impossible à réaliser. On peut songer à utiliser les conditions au sol pour contribuer à la connaissance de $\rho(r)$. En réduisant cette fonction à son premier terme, on trouve qu'avec une altitude moyenne de 50^{km} on ne peut satisfaire aux mesures effectuées au sol. Au contraire, les deux premières séries de Gauzit donnent des nombres acceptables. Ceci nous conduirait à supposer la distribution fortement dissymétrique et d'autant plus dissymétrique que son altitude moyenne serait plus élevée.

5. Nous avons également entrepris l'étude théorique de la méthode de Cabannes et Dufay. Il semble que dans ce cas on puisse déterminer σ ou tout au moins une relation entre σ et la hauteur moyenne de la distribution.

PALÉOBOTANIQUE. — *Caractères du* Grammatopteris Rigolloti *B. Renault.* Note de M. **Paul Corsin**, présentée par M. Ch. Barrois.

Le genre *Grammatopteris* a été créé en 1891 par B. Renault ([1]) pour un échantillon silicifié provenant du Permien d'Autun (étage de Millery). Cet échantillon montre, en section transversale, un stipe entouré de pétioles nombreux; c'est le type de l'espèce *Grammatopteris Rigolloti* Renault. En 1896, Renault ([2]) figura de nouveau l'échantillon type et en même temps un second échantillon de même origine qui paraît appartenir à la même espèce. Les descriptions originales de Renault sont assez sommaires. D'après cet auteur, le cylindre central est « plein et homogène », les faisceaux vasculaires ont la forme d'un « trait droit et épais » et le cycle foliaire est 2/15.

Une deuxième espèce fondée sur un échantillon provenant de Chemnitz a été décrite en détail en 1932 par B. Sahni ([3]) sous le nom de *Gr. Baldaufi*. Nous pensons qu'il est nécessaire de préciser également les caractères du

---

([1]) *Soc. d'Hist. Nat. Autun*, 4, 1891, p. 362.

([2]) *Flore fossile*, 2ᵉ partie, IV, 1896, p. 45-47.

([3]) *Annals of Botany*, 46, n° **184**, 1932, p. 863-877.

Grammatopteris Rigolloti. La lame mince prélevée sur l'échantillon type de Renault m'a permis de faire quelques observations précises.

I. *Différentes régions du stipe*. — La section transversale du stipe offre les régions suivantes :

a. Au centre le *cylindre libéro-ligneux* d'assez petit diamètre ($0^{cm},5$), de contour grossièrement circulaire. On y distingue la masse ligneuse primaire centrale (métaxylème) non homogène, mais formée de petits et de gros éléments intimement mêlés, dont les ornements sont des ponctuations aréolées multisériées. Les pointements de protoxylème (éléments spiralés) sont disposés à la périphérie du cylindre primaire. Une couronne de bois secondaire (mêmes ornements que le métaxylème primaire) assez irrégulière entoure le bois primaire. Le liber qui formait une auréole autour du bois est presque partout détruit, il est très peu visible.

b. *L'écorce* (3^{cm} d'épaisseur) composée de trois zones : 1° une zone interne parenchymateuse, assez épaisse, dans laquelle se trouvent de nombreuses traces foliaires. Son contour extérieur est ondulé, chaque saillie correspondant à un pétiole en train de s'individualiser ; 2° l'écorce moyenne sclérifiée, peu épaisse, qui par places se confond avec l'écorce des pétioles voisins. Elle se compose en réalité d'un parenchyme dans lequel sont noyés des îlots scléreux. C'est la gaine mécanique de soutien ; 3° l'écorce externe parenchymateuse unissant les pétioles entièrement individualisés.

c. Enfin, entourant la tige, la *gaine de pétioles* libres entre lesquels circulent de nombreuses racines.

On peut conclure de ce qui précède que le stipe de *Grammatopteris Rigolloti* était dressé à la manière de ceux des Osmondacées permiennes et actuelles.

II. *Traces foliaires*. — Les traces foliaires prennent naissance aux dépens du bois primaire du cylindre central ; elles traversent le bois secondaire dans lequel elles ont un contour arrondi ou ovoïde, puis elles deviennent libres dans l'écorce interne. A ce niveau chaque trace a, en section transversale, la forme d'un rectangle allongé tangentiellement ; les pointements de protoxylème occupent les deux angles antérieurs du rectangle.

III. *Pétioles et faisceaux pétiolaires*. — Le contour général des pétioles est arrondi ; on distingue dans chacun d'eux au centre, le faisceau, puis autour le parenchyme fondamental qui est le prolongement du parenchyme cortical du stipe ; enfin, vers l'extérieur, une zone sclérifiée qui fait suite à l'écorce moyenne du stipe.

Les faisceaux pétiolaires ont d'abord la forme de rectangles allongés

tangentiellement. Ils s'étirent de plus en plus à mesure qu'on s'éloigne du cylindre ligneux. Les deux pointements de protoxylème qui étaient situés aux angles antérieurs dans les traces foliaires acquièrent une position nettement adaxiale (face interne des faisceaux). La différenciation ligneuse est donc centrifuge et tangentielle.

IV. *Émission des faisceaux destinés aux pétioles secondaires.* — Lorsqu'une sortie destinée à un pétiole secondaire se prépare, on voit chaque zone de protoxylème s'étendre le long du métaxylème qui prolifère aussi; puis le massif de petits éléments se divise en deux pointements. Le pointement extérieur, avec la partie du métaxylème situé derrière, se détache peu à peu de la masse du faisceau principal dont il est séparé par un sinus de plus en plus large. *Ce mode de ramification rappelle à notre avis les Anachoroptéridées*, c'est donc à côté de cette famille qu'il convient de placer le *Grammatopteris Rigolloti*.

V. Le cycle phyllotaxique est de 2/9 et non de 2/15 comme le pensait Renault.

BOTANIQUE. — *Différents modes d'épaississement de la membrane chez les plantes vasculaires.* Note de M. **André Dauphiné**, présentée par M. Molliard.

La présente Note a pour objet de préciser un certain nombre de faits morphologiquement et microchimiquement observables concernant l'accroissement en épaisseur des membranes et de mettre en évidence deux modes bien caractérisés suivant lesquels peut s'effectuer cet accroissement.

Sur un grand nombre d'exemples, j'ai suivi la formation de l'épaississement à partir de jeunes cellules à membranes minces en employant comparativement ou simultanément les réactifs de Mangin, rouge de ruthénium pour la pectose, acide iodhydrique fumant iodé pour la cellulose, ainsi que la lumière polarisée. La plupart de mes observations ont été faites sur des tissus frais, sans fixations ni action de l'hypochlorite de soude qui peuvent modifier l'aspect et la composition des membranes.

Les deux modes que j'ai dû distinguer dans l'accroissement en épaisseur des membranes correspondent chacun à des conditions différentes dans lesquelles ils s'effectuent. Pour tous deux, le point de départ est une jeune membrane constituée par une lamelle moyenne pectique revêtue sur ses

deux faces d'une mince couche de cellulose, celle-ci correspondant à la couche primaire de certains auteurs.

Un premier mode d'épaississement paraît commun à tous les éléments chez lesquels l'épaississement est précoce et s'effectue en même temps que leur accroissement général; ce mode concerne en particulier les parenchymes et les collenchymes. Il consiste en une augmentation de volume de la lamelle moyenne qui repousse vers le centre de la cellule la couche primaire qui demeure parfaitement nette. La partie de la membrane comprise entre la lamelle moyenne primitive et la couche primaire présente à la fois les réactions de la pectose et de la cellulose : par exemple, dans un collenchyme tel que celui du pétiole de Lierre, en voie d'accroissement, la réaction pectique domine dans la partie externe de la membrane de chaque élément, la réaction de la cellulose dans la partie interne. En employant concurremment le rouge de ruthénium et l'acide iodhydrique fumant iodé, j'ai obtenu des doubles colorations particulièrement instructives montrant, entre ces deux zones, une teinte brune violacée correspondant à la superposition des deux réactions. Ainsi que je l'ai montré précédemment pour les collenchymes [1], l'eau d'imbibition joue un rôle important dans l'augmentation de volume de cette partie de la membrane pecto-cellulosique.

Dans un deuxième cas, les premiers symptômes appréciables de l'épaississement de la membrane n'apparaissent que lorsque les éléments ont atteint au moins en majeure partie leur taille définitive. Ici, le mode d'épaississement diffère profondément de celui que je viens de décrire : la couche primaire reste étroitement accolée à la lamelle moyenne primitive et l'épaississement résulte d'une apposition de couches cellulosiques sur sa face interne. Ce cas se rencontre notamment chez les fibres, qu'elles demeurent cellulosiques ou qu'elles soient ultérieurement lignifiées; il peut également s'observer dans certains parenchymes à membranes épaissies et lignifiées.

Un fait met particulièrement en relief la profonde différence qui existe entre ces deux modes d'accroissement : alors que, dans le premier, l'ensemble de la membrane épaissie forme une masse indissociable, dans le deuxième, la masse d'épaississement secondaire apposée contre la couche primaire peut en être détachée par des causes purement mécaniques : par exemple, lorsque les coupes sont pratiquées dans des organes frais.

---

(1) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 169.

De plus, les épaississements du premier type sont limités à un certain maximum, les cellules conservant toujours une cavité appréciable; dans le second type, l'épaississement s'accroît parfois jusqu'à remplir presque complètement la cavité cellulaire, ce qui s'observe, comme on le sait, dans de nombreuses fibres.

J'ai établi précédemment [1] un certain nombre de faits qui permettent d'admettre la présence de matières protéiques dans la lamelle moyenne des cellules en voie de croissance; d'autre part, j'ai constaté [2] que la structure des ponctuations intercellulaires permet un contact intime entre le cytoplasme et les parties profondes de la membrane, Cet ensemble de faits permet de concevoir les épaississements du premier type comme résultant d'une croissance propre de la membrane primitive due à des phénomènes comparables à des phénomènes de nutrition; dans le second type, l'épaississement serait indépendant de la membrane primitive : il résulterait uniquement d'une activité périphérique du cytoplasme.

L'étude de certaines fibres telles que celles du Lin permet de constater que la formation de cellulose à la périphérie du cytoplasme s'accompagne d'une usure progressive de ce dernier qui diminue de volume à mesure que s'accroît la membrane et finit par disparaître quand les couches successives de cellulose tendent à obturer la cavité cellulaire.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la transpiration du blé en fonction des facteurs du climat.* Note de MM. **Luigi Manzoni** et **Agostino Puppo**, présentée par M. L. Mangin.

Nous exposons ici les résultats des essais que nous avons effectués à Conegliano (*R. Scuola di Viticoltura ed Enologia*) dans le but de déterminer : *a.* la quantité d'eau transpirée par le blé pendant la période de végétation; *b.* les relations statistiques entre les valeurs de la transpiration journalière et celles des facteurs du climat.

Le blé (Mentana, Strampelli) fut semé (15 novembre 1932) en pots métalliques clos, dans un terrain sableux. Les plantes sortaient des pots par de petits tuyaux : toute évaporation du terrain était empêchée par une couche de mercure. D'autres tuyaux permettaient l'introduction et la

(1) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1738.
(2) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1147.

décharge de l'eau et des solutions nutritives. Les pots étaient conservés dans des conditions semblables à celles du plein champ; seulement ils étaient protégés, pendant les pluies, par des écrans. On calcula tous les jours, à 7^h du soir, la perte d'eau par pesage (sensibilité 25^{mg}). L'humidité du terrain était gardée constante (env. 22 pour 100). On laissa développer seulement le chaume principal : le développement des plantes résulta tout à fait normal, ainsi que le nombre et le poids des caryopsides. Tous les huit jours on calcula (par impression photographique et détermination de l'aire au planimètre) la superficie de plantes, choisies de sorte qu'elles représentaient les conditions moyennes d'accroissements de celles sous essai. On obtenait ainsi l'aire d'un seul limbe foliaire; et à celle-ci nous nous rapporterons dans tout ce qui suit.

Les facteurs météorologiques pris en considération ont été : température de l'air (sous abris), humidité relative (sous abris), radiation globale (solarigraphe Gorczynski), vitesse du vent (anémographe Richard), hauteur de pluie (pluviographe Palazzo), évaporation (évaporographe Puppo, sous abris).

Les mesures couvrent une période de 203 jours (1er déc. : germination, à 21 juin : récolte).

Valeurs finales moyennes. — Une plante transpira, pendant toute la période de la végétation, $1160^g,6$ d'eau. Chaque épi donna 62 caryopsides, d'un poids sec total de $2^g,457$. La quantité d'eau consommée par gramme de substance sèche (caryopsides) se trouva ainsi égale à $472^g,4$.

La transpiration en fonction des facteurs du climat. — Les déterminations statistiques ont été interrompues au 185e jour (3 juin), c'est-à-dire lorsque, à cause du dessèchement du chaume, la transpiration commença à tomber considérablement, indépendamment des éléments météorologiques. Les valeurs de la transpiration introduites dans les calculs se rapportent à l'unité de superficie (dm^2). Voici les coefficients de corrélation totale que nous avons trouvés, en utilisant les 185 séries d'observations : coefficient entre transpiration journalière par dm^2, y, et :

Température	$r_{yT} = +0,660$
Humidité relative	$r_{yH} = -0,538$
Radiation globale	$r_{yQ} = +0,882$
Hauteur de pluie	$r_{yP} = -0,280$
Vitesse du vent	$r_{yV} = +0,018$
Évaporation	$r_{yE} = +0,796$

Le coefficient de corrélation avec la radiation a une valeur particulière-

ment élevée : cela montre que, au moins dans les limites de nos essais, la mesure de la seule radiation est suffisante pour calculer, avec une certaine approximation, la valeur de la transpiration. L'équation de régression entre transpiration et radiation est

$$y = 0,029Q + 1,72$$

(y en g.dm^{-2}; Q en cg.cm^{-2}).

Les diagrammes que nous avons dressés montrent l'accord remarquable entre la transpiration ainsi calculée et celle observée. L'écart moyen quadratique relatif entre les valeurs calculées et celles observées est seulement du 28 pour 100. Les diagrammes montrent que la plante jeune a une sensibilité plus élevée que la plante adulte : en effet les variations dans la transpiration observée jusqu'à 50 jours de la germination à peu près, sont bien plus remarquables que celles de la transpiration calculée. Le coefficient de corrélation avec la vitesse du vent est très petit et montre (au moins dans nos conditions expérimentales) le rôle presque négligeable du vent dans la transpiration. Ce fait est confirmé en plein par d'autres essais en cours d'exécution.

Les éléments météorologiques étant liés entre eux, nous avons calculé aussi les coefficients de corrélation du troisième ordre, entre transpiration et température, humidité, radiation, hauteur de pluie. Voici les valeurs obtenues : transpiration en g.dm^{-2} et :

Température	$r_{yT,HQP} = +0,446$
Humidité relative	$r_{yH,TQP} = -0,109$
Radiation globale	$r_{yQ,THP} = +0,659$
Hauteur de pluie	$r_{yP,THQ} = -0,295$

L'accord prépondérant avec la radiation est encore très évident. De ces coefficients l'on tire l'équation

$$y = 3,98 - 0,032H + 0,291T + 0,021Q - 0,119P$$

(y en g.dm^{-2}; H en centièmes; T en degrés C.; Q en cg.cm^{-2}; P en mm). L'écart moyen quadratique relatif entre les valeurs calculées employant cette équation et celles observées est égal à 25 pour 100. Comme l'on voit, l'introduction des variables température, humidité, pluie, améliore d'une façon presque négligeable la concordance entre calcul et observation, par rapport aux résultats obtenus en considérant la seule radiation globale.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Une nouvelle rouille du Caféier au Cameroun.* Note de MM. **A. Maublanc** et **L. Roger**, présentée par M. Viala.

Le Laboratoire de Pathologie végétale de l'Institut national d'Agronomie coloniale a reçu à plusieurs reprises des feuilles de *Coffea arabica* fortement attaquées par une rouille, provenant de la région de Dschang et de Bafang (Cameroun). Le seul Champignon de ce groupe connu jusqu'ici sur les espèces du genre *Coffea* est l'*Hemileia vastatrix* Berk. et Br., parasite redoutable répandu dans toute la région indomalaise, les îles du Pacifique et signalé en plusieurs localités de l'est et du centre africain. On aurait pu songer à une extension de cette espèce dans l'ouest-africain, région jusqu'alors indemne.

Cependant l'examen des échantillons reçus a montré qu'il n'y a pas identité entre le champignon du Cameroun et l'*Hemileia vastatrix* dont nous avons pu voir des matériaux abondants de diverses provenances (Tonkin, Java, Philippines, îles Samoa, la Réunion, Madagascar, Afrique orientale). Déjà l'aspect extérieur montre de notables différences : les feuilles attaquées par l'*Hemileia vastatrix* portent toujours des taches diffuses, décolorées, arrondies ou sinueuses par confluence, tandis qu'au Cameroun l'attaque s'étend à tout le limbe et même à toutes les feuilles développées d'un même rameau, la face inférieure étant entièrement couverte d'une abondante poussière d'urédospores orangées.

Chez l'*H. vastatrix*, le mycélium, très abondant dans les tissus, est formé de filaments tortueux, très ramifiés, d'un diamètre constant de 5^{μ} environ, envoyant dans les cellules, par un pédicelle filiforme, de nombreux suçoirs ovalaires, simples, de $7 \times 5^{\mu}$. Dans les feuilles de Caféier du Cameroun les filaments sont peu abondants, raides, souvent presque rectilignes, simples, et s'enfoncent perpendiculairement à la surface dans le parenchyme lacuneux sans pénétrer le tissu palissadique; les suçoirs sont volumineux, arrivant même à combler la cavité cellulaire d'une masse fortement et irrégulièrement lobée, et sont surtout abondants dans la partie profonde du mésophylle.

Les urédospores de l'espèce *vastatrix* naissent en touffes au sommet de filaments qui sortent en bouquet par l'ostiole d'un stomate et se relient à un peloton de filaments grêles occupant la chambre sous-stomatique. Il en est tout autrement pour le parasite du Cameroun : un ou plusieurs filaments se dirigent vers l'ostiole d'un stomate en se renflant progressivement et

forment une série d'articles vésiculeux de grande taille (20 à 30$^{\mu}$) sans jamais constituer de peloton; une ou plusieurs vésicules situées sous le stomate envoient à travers l'ostiole des prolongements en doigt de gant qui, soit au niveau des cellules stomatiques, soit à l'extérieur des tissus se ramifient en une sorte de capitule de stérigmates serrés portant les spores.

Les urédospores sont également différentes dans les denx types; celles de l'*H. vastatrix,* qui ne semblent pas avoir été décrites minutieusement, sont de forme très variée par compression mutuelle, souvent en tranche de citron ou en pyramide tronquée, et mesurent 27 à 35$^{\mu}$ de longueur sur 12 à 22$^{\mu}$ de largeur; alors que leurs parties en contact restent lisses, les parties libres sont ornées de petits aiguillons, grêles, hauts de 3 à 4$^{\mu}$, assez irrégulièrement répartis; la limite entre les plages lisses et les plages ornementées est marquée par une bande d'aiguillons très serrés, souvent contigus par leur base. L'espèce du Cameroun a des urédospores de forme moins variée, soit largement ovales, soit presque triangulaire, quelquefois un peu réniformes, sensiblement plus courtes (24-32$^{\mu}$) et notablement plus larges (18-26$^{\mu}$) que les premières; les plages ornementées portent de gros aiguillons coniques, presque aussi larges à la base que hauts (3-5$^{\mu}$), répartis assez régulièrement et disparaissant au bord de la plage sans jamais former de bande d'aiguillons serrés; les zones lisses sont assez restreintes et le plus souvent localisées à la base de la spore.

En somme la rouille du Caféier du Cameroun est nettement distincte de l'*Hemileia vastatrix*, tant par ses symptômes extérieurs que par son anatomie (mycélium, suçoirs et spores); ce sont là des caractères d'une grande importance pour un groupe aussi évolué que celui des Pucciniales, d'autant que nous avons pu nous assurer de leur constance par l'examen de matériaux récoltés à des dates différentes et dans plusieurs stations. Nous sommes donc amenés à décrire cette espèce comme nouvelle sous le nom provisoire d'*Uredo coffeicola*. Il s'agit sans doute d'un *Hemileia*, mais il nous est impossible de l'affirmer en l'absence de téleutospores, d'autant que certains caractères, comme la formation de grosses vésicules sous les stomates, n'existent à notre connaissance chez aucun *Hemileia*.

Bien que nous n'ayons aucun renseignement précis sur les dégâts causés par l'*Uredo coffeicola*, il est certain que c'est un parasite dangereux; l'extension des taches à tout le limbe foliaire ne permet guère d'en douter. Quant à l'origine de cette invasion, elle ne peut actuellement faire l'objet que d'hypothèses; on peut notamment penser au passage sur *Coffea arabica* d'un parasite de *Coffea* spontanés existant dans la région.

CYTOPHYSIOLOGIE. — *Sur la sexualisation cytoplasmique chez les Levures à conjugaison hétérogamique*. Note (1) de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, présentée par M. d'Arsonval.

Le matériel étudié provient de souches que M. Guilliermond a eu l'obligeance de nous procurer.

I. *Nadsonia fulvescens*. — Cette Levure présente une hétérogamie nette. Le microgamète est de plus faible taille, son contenu pénètre dans le macrogamète par l'intermédiaire d'un petit canal de copulation. Nadson et Konokotine (2) ont donné une excellente description du phénomène de la conjugaison dans cette espèce.

Conformément à la méthode que nous avons décrite dans nos publications antérieures, nous avons soumis des cultures de *Nadsonia fulvescens* à l'action d'un leucodérivé; la Levure étant placée entre lame et lamelle, l'action du réactif étant suivie au microscope.

Le leucodérivé du bleu de Nil pénètre dans les gamètes en conjugaison. Il subit un phénomène d'oxydation de la part du cytoplasme. Le mécanisme de la coloration cytoplasmique qui exprime cette oxydation comprend deux étapes :

Première étape. — C'est au niveau des éléments du chondriome, représentés ici par de fines baguettes, que s'effectue, tout d'abord, l'oxydation. Une coloration d'abord verte qui se rapproche, graduellement, assez vite, du bleu apparaît sur les chondriocontes et met nettement en évidence l'appareil mitochondrial. Cette première étape dure assez longtemps pour permettre aisément les deux constatations suivantes : *a*. le chondriome du microgamète se colore plus rapidement et d'une façon plus intense que le chondriome du macrogamète, ce fait montre que le chondriome mâle a un pouvoir oxydant plus élevé que celui du chondriome femelle; *b*. la masse du chondriome mâle paraît relativement plus importante, par rapport aux autres constituants cytoplasmiques du microgamète, que celle du chondriome femelle par rapport aux autres constituants cytoplasmiques du macrogamète. La sexualisation du chondriome est donc, chez *Nadsonia fulvescens*, analogue à celle qui a été décrite chez *Pythium* de *Baryanum*,

---

(1) Séance du 5 mars 1934.

(2) *Ann. Sc. nat. Botanique*, 8, 1926, p. 165.

Schizosaccharomyces octosporus, *Saccharomycodes Ludwigii* et chez les Sporozoaires (¹).

Deuxième étape. — Dans la suite de la réaction, on constate que la coloration ne reste pas localisée aux éléments du chondriome; une coloration globale du cytoplasme apparaît. Le cytoplasme mâle se colore d'une façon plus rapide et plus intense que le cytoplasme femelle. Le microgamète se trouve coloré en vert intense ou en bleu, alors que le macrogamète est seulement coloré en vert clair. Le cytoplasme mâle présente donc un pouvoir oxydant plus élevé et la première loi de sexualisation cytoplasmique se vérifie dans l'espèce *Nadsonia fulvescens*.

II. *Zygosaccharomyces Nadsonii*. — Dans cette espèce de Levure, découverte par Guilliermond (²), la sexualité se manifeste aussi par une conjugaison hétérogamique. Quand on soumet des cultures de *Zygosaccharomyces* à l'action du réactif utilisé pour *Nadsonia*, on obtient des résultats analogues; ils sont, toutefois, plus irréguliers et moins nets.

Le leucodérivé du bleu de Nil, agissant sur une culture de *Zygosaccharomyces Nadsonii*, en période de conjugaison, pénètre dans l'intérieur des gamètes. Il subit, de la part du cytoplasme, un phénomène d'oxydation dont les phases sont marquées par le développement de la coloration dans la cellule. Dans les cultures favorables, on constate que la couleur apparaît, tout d'abord, au niveau de courtes baguettes ou de granules qui sont les éléments du chondriome des gamètes. Ces éléments mitochondriaux sont plus petits et moins nombreux que dans les gamètes de *Nadsonia*. Ils ont une tendance à se déformer rapidement pour devenir globuleux et la phase de coloration globale du cytoplasme apparaît vite. Malgré ces circonstances défavorables on peut conclure à l'existence d'une sexualisation du chondriome analogue à celle de *Nadsonia*.

La coloration globale donne des résultats plus nets. L'oxydation du réactif est plus rapide et plus intense dans le gamète mâle que dans le gamète femelle. Le microgamète se trouve coloré en vert intense, parfois en bleu, alors que le macrogamète est encore d'une couleur vert clair (première loi de sexualisation).

L'action de divers autres réactifs, sur les deux espèces étudiées, apporte des résultats qui confirment ceux obtenus avec le leucodérivé du bleu de Nil. On a vu, d'autre part (¹), que les Levures à conjugaison isogamique

(¹) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 894, et **197**, 1933, p. 1744.
(²) *Bull. Soc. mycol. de France*, **34**, III, 1918, p. 1.

présentent des qualités de sexualisation semblables à celles des espèces hétérogamiques. Ces qualités constituent donc des caractères généraux de la sexualité dans le groupe des Levures.

Conclusions. — Dans les deux espèces étudiées, la première loi de sexualisation cytoplasmique se trouve vérifiée. La sexualisation du chondriome existe dans les gamètes en conjugaison. Pour la mise en évidence de cette sexualisation du chondriome, *Nadsonia fulvescens* constitue un matériel plus favorable que *Zygosaccharomyces Nadsonii*.

ZOOLOGIE. — *La vessie natatoire de la Loche* (Cobitis barbatula *L.*). Note de M. **Ét. Rabaud** et de Mlle **M.-L. Verrier**.

Au cours de nos recherches sur la vessie natatoire, celle des Loches a tout spécialement retenu notre attention. Nul auteur n'a examiné cet organe du point de vue physiologique. Or les singularités de sa structure suggèrent des doutes sur sa valeur fonctionnelle.

On sait que la vessie natatoire de *Cobitis barbatula* comprend deux poches sensiblement sphériques, situées de part et d'autre de la colonne vertébrale, communiquant entre elles par un canal court et étroit. Les parois des poches et du canal comprennent deux parties distinctes. Une coque externe formée de deux lames épaisses et concentriques de tissu fibreux réunies et séparées par des travées de tissu osseux; l'ensemble constitue une paroi d'une grande rigidité. La lame interne est directement appliquée sur une vésicule close qu'elle enveloppe de toutes parts, sauf au niveau de deux orifices punctiformes. Les parois de la vésicule interne, relativement minces, sont faites de tissu fibreux.

Ces particularités ne sont pas spéciales à *Cobitis barbatula;* on retrouve chez d'autres *Cobitidæ* (¹) une structure aussi compliquée et cette complication exclut l'idée que cette vessie soit un organe rudimentaire.

Il convient d'ajouter que l'habitat des Cobitis est identique à celui de Cyprins ou de Silures, à vessie très développée, libre dans la cavité générale, à parois souples et entièrement fibreuses, tels que les Tanches et les Poissons-chats.

Ces particularités imposaient une étude expérimentale. Nous avons donc soumis six Cobitis à des variations de pression suivant le procédé précé-

(¹) M. Jaquet, *Revue suisse de Zoologie*, 2, 1894, p. 431-442.

demment employé par nous (¹) : raréfaction lente, à l'aide d'une trompe à eau, de l'air d'un récipient à demi plein d'eau où se meut le poisson, et retour à la pression normale. Ces variations de pression équivalent à celles que subit le poisson pour des migrations verticales de quelques mètres. Toutes les Loches examinées se sont comportées de semblable manière. Au début de la décompression, agitation vive, suivie de mouvements incessants de montée et de descente. Pour une pression voisine de 300^{mm}, des bulles de gaz commencent à s'échapper de la bouche et de la fente des opercules. Pour une pression voisine de 60^{mm}, les animaux gagnent définitivement la surface et y demeurent immobiles, l'abdomen légèrement distendu et les téguments de la face ventrale du tronc infiltrés de gaz. Rapide ou lent (de quelques secondes à 5 minutes), le retour à la pression normale entraîne la chute et l'immobilité sur le fond. La valeur des pressions pour lesquelles ces résultats ont été obtenus change très peu d'un individu à l'autre. Les mouvements de montée et de descente, qui s'accompagnent de rejet de bulles de gaz par la bouche et les opercules, se produisent pour des pressions de 300^{mm}, 325^{mm}, 280^{mm}, 320^{mm}, 310^{mm}, 270^{mm}. Enfin, les six individus ont gagné définitivement la surface pour des pressions de 43^{mm}, 35^{mm}, 25^{mm}, 35^{mm}, 40^{mm}, 40^{mm}. Dans tous les cas, l'autopsie pratiquée dès le retour de la pression normale permet de constater l'intégrité de la vessie natatoire quant à sa forme. La vésicule membraneuse est encore remplie de gaz.

Ces résultats tirent leur intérêt de leur comparaison avec ceux que nous avons obtenus dans les mêmes conditions, avec des physostomes et des physoclistes à vessie natatoire volumineuse, à parois minces et facilement perméables aux gaz. Chez tous, nous avons observé la même série de faits au cours de la décompression : agitation, montée en surface, rejet de gaz par la bouche et la fente des opercules, chute au fond au retour de la pression normale. Nous n'avons pas vu chez tous une infiltration gazeuse dans les téguments, ce qui tient évidemment aux différences de structure de ces téguments; mais, chez tous, nous avons observé un gonflement abdominal marqué. Par contre, tandis que la vessie de la Loche demeure remplie de gaz, celle de tous les autres est constamment à peu près vide à l'autopsie.

Nous sommes donc amenés à conclure que chez la Loche, en raison de la rigidité et de l'imperméabilité des parois, les variations de pression ne modifient pas le volume de la vessie, ni, sans doute, la quantité de gaz

(¹) Ét. Rabaud et M.-L. Verrier, *C. R. Soc. Biol.*, **109**, 1932, p. 1094.

qu'elle renferme. Les gaz rejetés par la bouche et la fente des opercules ont donc une tout autre origine. Ces faits confirment la conclusion à laquelle nous avaient amenés des expériences sur des Poissons cystectomisés [1] et des Poissons normalement sans vessie [2]. Il en résulte que le poids spécifique du Poisson ne change guère au cours des mouvements de montée et de descente comme le voudrait la théorie classique.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'éblouissement en lumière jaune.* Note [3] de M. Y. Le Grand, présentée par M. Ch. Fabry.

Parmi les nombreux avantages qu'on attribue à l'emploi de verres jaunes pour les phares d'automobile figure la diminution de l'éblouissement; la présence dans le champ visuel d'une source de grande brillance provoque un malaise psychologique, rétrécit la pupille et noie les contrastes sous la lumière diffusée dans l'œil. Ces inconvénients seraient atténués en lumière jaune.

A quel phénomène s'adresser pour mesurer l'éblouissement? Évidemment à la sensibilité différentielle de l'œil. Lorsque l'automobiliste ébloui écrase un piéton qui cheminait au bord de la route ou lorsqu'il jette sa voiture dans le fossé, c'est qu'il a confondu les brillances faibles, mais différentes, de deux objets voisins, l'obstacle et le sol de la route, brillances qu'il aurait distinguées normalement l'une de l'autre. Considérons donc deux plages contiguës, de brillances B et $B + b$, que l'œil différencie tout juste; le quotient $B:b$ est un nombre d'autant plus grand qu'il suffit à l'œil d'un moindre contraste pour les discerner, ce nombre peut servir de mesure à la sensibilité différentielle de l'œil. Plus précisément, présentons à l'observateur, un grand nombre de fois et au hasard, les deux distributions suivantes : les plages ont la même brillance B, ou bien l'une a la brillance B et l'autre $B + b$; diminuons b jusqu'à ce que l'observateur fasse 25 pour 100 d'erreurs dans ses réponses; le quotient $s = B:b$ sera le seuil différentiel de brillances, et définit la sensibilité en question.

Dans nos mesures, le sujet regardait pendant 2 secondes en vision monoculaire un cercle de 3° de diamètre apparent, les plages contiguës étant

---

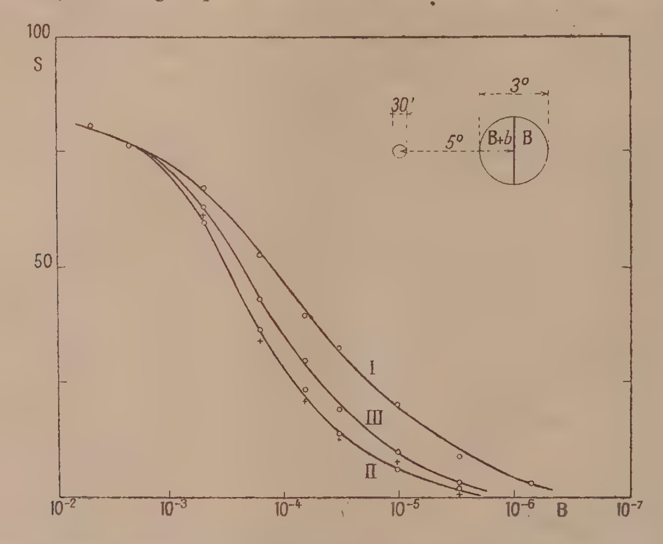
(1) M.-L. Verrier, *C. R., Soc. Biol.*, 107, 1931, p. 1485.

(2) Et. Babaud et M.-L. Verrier, *C. R., Soc. Biol.*, 109, 1932, p. 1277.

(3) Séance du 5 mars 1934.

deux demi-cercles sans ligne de séparation. Opérons en lumière blanche (lampes électriques d'auto). Pour chaque valeur de B, on fait environ 250 mesures avec diverses valeurs de b, d'où l'on déduit s. Sans aucune source éblouissante, on obtient ainsi la courbe I donnant s en fonction de B (évalué en bougies par centimètre carré et porté en abscisses suivant une échelle logarithmique).

Recommençons en plaçant à 5° du centre du cercle une source blanche de brillance 0,88 bougie par centimètre carré, vue sous le diamètre de



30 minutes; l'éblouissement se traduit par une baisse de s, et l'on obtient ainsi la courbe II.

Plaçons devant la source éblouissante un filtre jaune qui présente un facteur de transmission de 0,9 pour toute longueur d'onde λ supérieure à 0,55 μ, et un facteur inférieur à 0,1 si $\lambda < 0,5\ \mu$; l'éblouissement diminue, comme le montre la courbe III. On peut chercher un verre neutre de densité convenable qui, remplaçant le verre jaune devant la source éblouissante, donnerait la même courbe III; il faut pour cela un verre de densité 0,2 environ, lequel paraît à l'œil nettement plus sombre que le verre jaune; cela semblerait démontrer l'efficacité du verre jaune.

Mais l'expérience précédente correspond au cas où la voiture qui vient vers vous est munie de phares jaunes alors que la vôtre en est dépourvue; rétablissons la symétrie, en regardant toutes les plages y compris l'éblouissante à travers le verre jaune; cette fois, les résultats (figurés par des

croix) sont très voisins de l'éblouissement en lumière blanche; il n'y a plus aucun avantage; l'éblouissement et la visibilité des contrastes ont baissé dans la même proportion et ces effets se compensent.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Spectrographie d'absorption et de fluorescence de la fabréine.* Note ([1]) de M. **Maurice Fontaine**, présentée par M. Joubin.

La fabréine est le pigment d'un Infusoire cilié hétérotriche, *Fabrea salina*, décrit ponr la première fois par Henneguy, en 1890 ([2]). Le pigment signalé par Henneguy a été étudié en 1911 par Donasson et Fauré-Fremiet ([3]). Mais, si ces auteurs ont fait connaître un certain nombre de caractères chimiques très intéressants de la fabréine, nous n'avons actuellement que des données assez vagues concernant son spectre d'absorption et son spectre de fluorescence est complètement inconnu.

Les *Fabrea salina* que nous avons utilisés pour ces recherches proviennent des marais salants du Croisic. Nous exposerons dans un Mémoire ultérieur, la préparation de nos solutions de fabréine. Signalons seulement que le *Dunaliella salina* coexistant fréquemment avec le *Fabrea salina* et, ce dernier s'en nourrissant, il était indispensable d'éliminer la dunaline. Celle-ci était séparée de la fabréine par l'éther où elle est soluble alors qu'au contraire la fabréine y est complètement insoluble.

Les solutions avec lesquelles ont été obtenus les spectrogrammes suivants sont des solutions de fabréine faites à froid dans la pyridine (pyridine puriss. Merck) ([4]). Ces solutions, très diluées, possèdent une coloration jaunâtre; plus concentrées, une teinte verte. Les premières ont présenté une fluorescence rose sous l'action des rayons ultraviolets (soit lampe à vapeur de mercure avec filtre ne laissant passer que les radiations comprises entre λ 300 et λ 380, soit lampe à arc à électrodes métalliques de Reichert avec filtre et cuve de sulfate de cuivre arrêtant les radiations supérieures à λ 400). Les solutions plus concentrées montraient une fluorescence

---

([1]) Séance du 15 mars 1934.

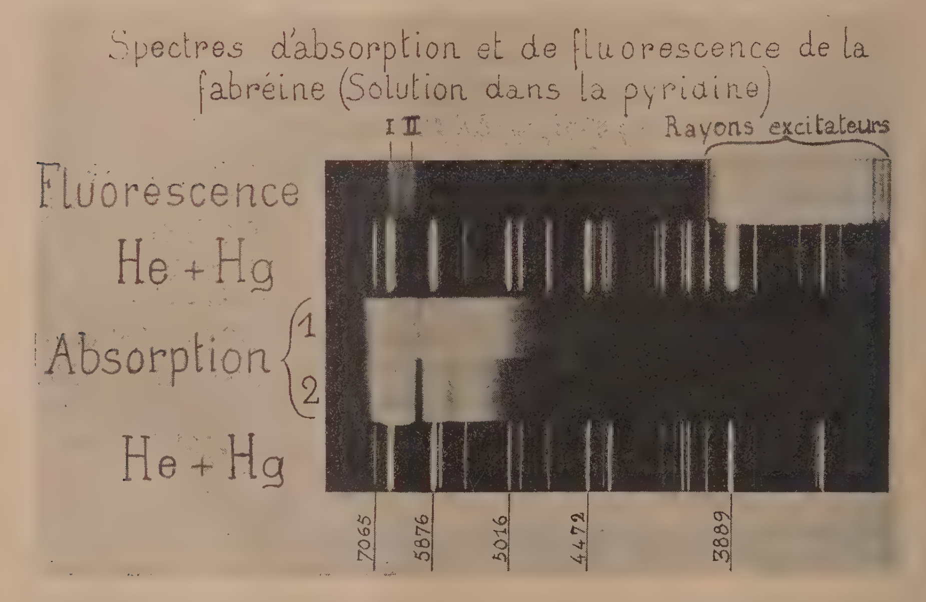
([2]) *Annales de Micrographie*, 3, 1890, p. 118.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, 71, 1911, p. 515.

([4]) Les spectrographies ont été effectuées dans les deux ou trois jours suivant la préparation des solutions, celles-ci s'altérant par la suite assez rapidement, même à l'obscurité.

rouge assez intense aussi bien avec la lumière solaire qu'avec les sources précitées d'ultraviolet.

Absorption. — Nous avons constaté la présence de deux bandes très nettes. La bande la moins réfrangible, qui est aussi la plus intense, a pour axe λ612. Cet axe, déterminé sous faible épaisseur, se déplace légèrement vers le violet par augmentation de l'épaisseur ou de la concentration de la solution. Il existe une autre bande d'intensité moindre, d'axe λ566. Enfin il est possible qu'il existe une troisième bande, d'axe λ524, que nous avons cru



pouvoir observer sur certains clichés, mais que nous considérerons comme douteuse tant que des quantités plus importantes de pigment ne nous permettront pas d'opérer avec des concentrations ou des épaiseurs plus grandes. Signalons qu'en solution alcoolique le spectre d'absorption est notablement déplacé vers le violet.

Fluorescence. — La source de rayons excitateurs employée pour la spectrographie était la lampe à électrodes métalliques de Reichert avec filtre et sulfate de cuivre.

Le spectre de fluorescence s'étend de λ612 à λ674, mais l'intensité lumineuse est loin d'être uniforme dans tout cet intervalle. Ce spectre est, en réalité, constitué par deux bandes, l'une, la plus intense, que nous désignons dans le spectrogramme ci-dessus sous le n° I, a pour axe λ666; l'autre

(bande n° II) d'intensité moindre a pour axe λ 618. Entre ces deux bandes, se trouve une zone de faible luminosité dont le minimum est environ sur λ 636. Ces deux bandes de fluorescence correspondent, comme on le voit, tant par leurs intensités que par leurs positions respectives, aux deux bandes d'absorption.

On remarquera que, selon le cas général (règle de Stokes), le spectre de fluorescence est décalé par rapport au spectre d'absorption vers l'infra-rouge et que l'intervalle qui sépare le spectre d'absorption du spectre de fluorescence (environ λ 50) est particulièrement grand. En solution alcoolique, le spectre de fluorescence aussi est décalé vers le violet, mais comprend également deux bandes.

On sait que certains travaux ([1]) tendraient à rapprocher la fabréine des phycochromoprotéides.

Si les recherches futures confirment cette manière de voir, la fabréine se distinguera cependant nettement des phycochromoprotéides typiques par ses caractères spectraux (au moins en ce qui concerne le visible seul étudié jusqu'à présent). Soulignons en particulier cette différence qui nous paraît importante. Alors que les spectres de fluorescence de la phycocyanine et de la phycoérythrine sont, comme l'ont montré Dhéré et Fontaine ([2]) des spectres à une seule bande, celui de la fabréine en possède deux.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la régulation de la concentration minérale du milieu intérieur chez quelques crustacés, et leur adaptation aux changements de salinité.* Note ([3]) de Mme **Andrée Drilhon-Courtois**, présentée par M. L. Joubin.

Nous avons déjà mis en évidence ([4]) chez un crabe dulcaquicole d'une certaine espèce, *Telphusa fluviatilis*, l'automatisme qui paraît régler les variations de composition minérale de son hémolymphe en fonctions des modifications apportées à la teneur en sels de son milieu extérieur.

Nous avons pensé à reprendre ces expériences sur des crustacés plus courants et dont l'habitat fût différent (eau de mer et eau douce). C'est pourquoi nous nous sommes adressé au *Carcinus mænas*, crabe commun de nos côtes, et à l'écrevisse *Potamobius astacus*.

([1]) Verne, *Couleurs et pigments des êtres vivants*, p. 70, Paris, 1930, Colin.
([2]) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1131; *Ann. Inst. océan.*, **10**, 1931, p. 247.
([3]) Séance du 3 mars 1934.
([4]) *Bull. Inst. océan. Monaco*, **644**, 1934, p. 1 à 12.

Nous avons constitué par des dilutions appropriées des milieux qui s'échelonnaient en tant que concentration entre l'eau de rivière courante ($\Delta = -0°,02$) et l'eau de mer pure ($\Delta = -2°,21$).

Les animaux en expérience étaient immergés dans ces bains divers pendant des temps variables excédant toujours 48 heures, et par graduation régulière s'écartant progressivement du milieu habituel de l'animal choisi.

C'est ainsi que les *Carcinus* étaient plongés à intervalles réguliers dans les solutions de Δ croissant (de $-2°,21$ à $-0°,43$) alors que par analogie l'écrevisse subissait des séjours prolongés dans des mélanges à Δ décroissant (de $-0°,02$ à $-2°,21$).

Nous avons pratiqué sur l'hémolymphe des animaux aux divers stades d'expérimentation le dosage des éléments minéraux que nous estimions primordiaux : le sodium, le potassium, le calcium et le phosphore acido-soluble, ainsi que les matières protéiques totales.

Voici rassemblés dans le tableau ci-dessous les résultats :

Teneurs exprimées en grammes par litre d'hémolymphe.

Δ du milieu extérieur.	*Potamobius astacus.*				*Carcinus mænas.*				
	—0°,61.	—1°,12.	—1°,85.	—2°,14.	—2°,14.	—1°,85.	—1°,12.	—0°,61.	—0°,43.
Sodium.......	5,86	5,84	6,48	9,45	13,54	12,50	10,70	6,20	5,40
Potassium.......	0,190	0,195	0,220	0,250	0,710	0,750	0,614	0,580	0,560
Calcium.......	0,575	0,620	0,635	0,680	0,626	0,635	0,585	0,426	0,400
Matières prot...	46	19	13	8	38,3	39,2	42,6	50	61,2
Phos. acido-sol.	0,009	0,008	0,002	traces	0,028	0,025	0,015	0,010	0,002

Les valeurs de l'hydrémie (teneur en eau de l'hémolymphe) déterminées parallèlement aux autres éléments chimiques se sont montrées pratiquement invariables. Par contre les variations de l'imbibition du muscle chez le *Carcinus mænas* atteint 21 pour 100, et la déshydratation des muscles de l'écrevisse de 8 à 10 pour 100.

Le poids total des animaux ne subit pas de variations sensibles au cours des immersions successives.

Les modifications intéressant la teneur du sang en cristalloïdes minéraux dissous ressortent donc bien d'une migration des sels dans le sens exosmotique ou endosmotique, et non, comme ou paraissait le croire, à une arrivée ou à un départ d'eau dans le milieu intérieur.

L'enrichissement de l'hémolymphe en cations provenant du milieu extérieur (*Astacus*) ou la déperdition en sels de ce même liquide sanguin au profit de l'eau extérieure (*Carcinus*) sont le témoignage d'un mécanisme

de perméabilité des membranes de ces crustacés et d'un automatisme réglant la composition minérale et partant la pression osmotique interne par rapport aux variations de la concentration moléculaire extérieure. Cette adaptation biochimique paraît seulement différente suivant les types de crustacés que nous avons choisis et laisse entrevoir l'existence chez l'Écrevisse d'un « seuil de perméabilité » correspondant à une concentration déterminée du liquide extérieur en deçà de laquelle le « mécanisme régulateur » n'entrerait pas en jeu.

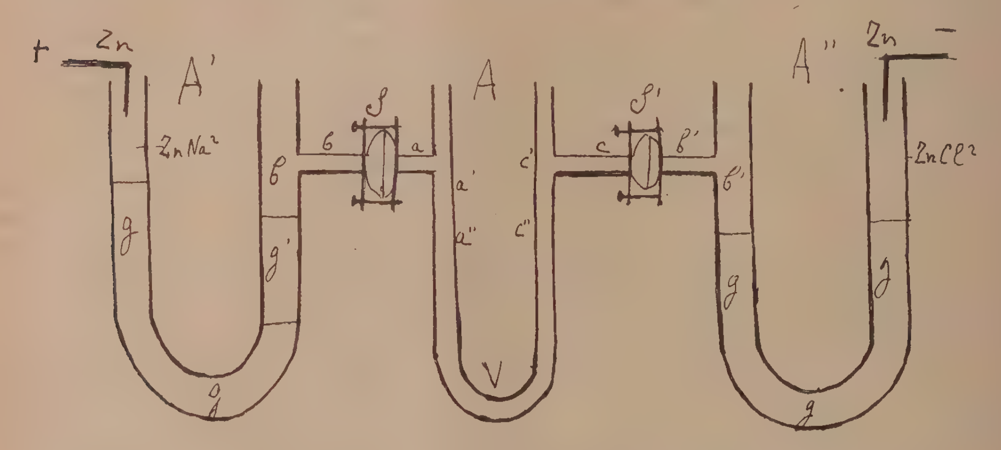
PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Premiers renseignements sur la nature et les propriétés physiques d'un anticorps : électrophorèse des sérums hémolytiques.* Note de M. **Pierre Girard** et Mlle **Marguerite Lourau**, présentée par M. Charles Richet.

Notre méthode est comparative. Elle consiste au cours d'une même expérience, dans la comparaison des déplacements moyens apparents dans un champ électrique des ions d'un même sérum (ions protéine, notamment) et de l'anticorps. Seule, cette position expérimentale avec les termes de référence qu'elle comporte (ions protéine, ions Cl) est correcte. Les variations du champ dans le temps, liées au déplacement des ions électrolytiques, pouvant n'être pas identiques d'une expérienee à l'autre.

Au cours de l'électrophorèse, l'anticorps doit rester inaltéré. Les altérations à redouter proviennent d'abord des électrodes impolarisables, d'où la nécessité d'intercaler des gels protecteurs. Mais l'interposition de tels gels et aussi de septums nécessaires aux dosages précis peuvent être à leur tour une importante cause d'altération. Pour les sérums hémolytiques, la gélose libère des anions qui ont un pouvoir anticomplémentaire et la gélatine des cations, probablement NH^4 qui activent l'hémolyse.

D'autre part, la plupart des septums interposés en SS′ (voir la figure) provoquent d'importantes variations de pH qui diffusent dans les milieux. Le collodion, la cellobiose, le parchemin animal, etc. sont inutilisables. Mais du parchemin végétal séparant l'eau salée du sérum dilué se montre peu perméable aux ions Cl^- se dirigeant vers l'anode et laisse passer vers la cathode des ions Na^+ en proportion telle qu'ils équilibrent à peu près les ions Cl^- accumulés, en sorte que les variations de pH en *a* et *c* restent petites. Ce parchemin ne libère pas d'ions toxiques si on le soumet avant l'usage à la dyalise électrique, puis lavages.

Après de laborieux essais nous avons adopté comme vraiment satisfaisantes les conditions expérimentales suivantes : on évite la diffusion des ions H^+ et OH^- dans les gels, puis dans l'eau salée au contact des septums (S, S′) en utilisant une anode de Zn plongeant dans une solution de $ZnNa^2$. La cathode de Zn plonge dans une solution de $ZnCl^2$; ces solutions assez diluées pour éviter la digestion de la gélatine. En *g* gélatine à 20 pour 100; les pores capillaires du gel sont alors assez fines pour annuler sensiblement l'osmose électrique. En *g′* gélose. Les gels sont faits avec une solution de NaCl de même concentration et de même pH que le sérum et que la solution de NaCl en *b* et *b′*. La concentration de cette solution de NaCl est abaissée jusqu'à la limite compatible avec la stabilité des globulines (5 pour 1000) de manière



à réaliser dans le tube central les champs les plus hauts possibles. Pour les titrages d'hémolysine les concentrations en NaCl, comme d'ailleurs les pH, sont ramenées à la normale. Les champs utilisés furent de 10 à 33 V-cm au départ. Les septums S, S′ fonctionnent comme des électrodes secondaires. La face interne de S′ est une cathode. La face interne de S une anode. Les différences de section des tubes A, A′ et A″ se comprennent d'elles-mêmes. En A, pour réaliser un champ élevé, section aussi petite que le permet la facilité des dosages; en A′ et A″, section large et champ réduit, pour diminuer la chauffe. L'appareil tout entier est plongé dans un mélange réfrigérant. Durée d'expérience : 6 heures. Les méthodes de titrage n'eurent rien de particulier.

Voici brièvement résumés les résultats relatifs à l'hémolysine tels qu'ils résultent de nombreuses expériences concordantes : à pH 6,9 et pour un champ initial de 10 V-cm la moitié des protéines (tout ce qui précipite par l'acide phosphotungstique ou l'acétone) a quitté la région cathodique (*c*, *c′*, *c″*) et se retrouve soit dans la région anodique seule (*a*, *a′*, *a″*), soit dans cette région et la région V du tube A. L'anticorps hémolytique pour ce pH et cette valeur du champ ne présente qu'un très faible déplacement vers l'anode (moins de 1/10). Dans ces mêmes conditions et 20 V-cm à peu

près 20 pour 100 de l'hémolysine et 75 pour 100 des protéines sont déplacés vers l'anode.

Pour un champ initial de 33 V-cm et un pH de 8,2 les 5/6e des protéines ont quitté la région cathodique se retrouvant en excès à l'anode et 3/10e de l'hémolysine ont quitté également l'anode et se retrouvent à la cathode.

A pH = 5,2 et 30 V-cm, *la moitié des protéines a quitté la cathode et* 25 *pour* 100 *de l'hémolysine a, en sens inverse, quitté l'anode se retrouvant en excès à la cathode.*

Aux environs de pH = 6,2 dans un champ de 24 V-cm, le déplacement de l'hémolysine est sensiblement nul.

En résumé :

1° L'hémolysine est une substance matérielle; 2° ce n'est pas une protéine (du point de vue des propriétés électriques); 3° c'est un ion dont le point isoélectrique est aux environs de 6,2; 4° si l'on compare les ions protéines et les ions hémolysine à des pH suffisamment éloignés de leur point isoélectrique respectif et pour lesquels il n'y a plus d'accroissement de mobilité, on constate que la mobilité apparente de l'ion hémolysine est très inférieure à celle de l'ion protéine, et plus encore de l'ion Cl; 5° des expériences sont en cours en vue de comparer le comportement dans le champ électrique d'autres anticorps (agglutinine, précipitine, sensibilisatrice). Elles décideront s'il s'agit d'un ou de plusieurs anticorps.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Glucides fermentescibles, fermentation alcoolique et production gazeuse en panification.* Note de MM. **R. Guillemet**, **C. Schell** et **P. Le Fur**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'attaque anaérobie d'un glucide fermentescible par la levure donne naissance à des quantités équimoléculaires d'alcool et de gaz carbonique, lesquelles correspondent à 70-75 pour 100 du sucre qui disparaît du milieu étudié (Harden, Nicloux et Grabar, etc.). Nous avons nous-mêmes vérifié ces faits sur des solutions de glucose, de maltose, de saccharose et de raffinose, en utilisant exclusivement les *levures hautes pressées de boulangerie :* les quantités d'alcool [1] obtenues correspondaient à 70-73 pour 100 du

---

(1) Nos dosages d'alcool ont été effectués par la méthode de Nicloux, ceux des glucides réducteurs par la technique de Fontès-Thivolle récemment adaptée par nous aux produits de meunerie. Nous avons déterminé le gaz carbonique en l'absorbant par la potasse après extraction des gaz à la pompe de Gréhant.

sucre disparu et le rapport CO^2/alcool était voisin de 0,96. Au contact de ces levures, le saccharose fermente environ deux fois plus vite que le maltose, alors que seulement un tiers du raffinose disparaît ([1]) en laissant un résidu de mélibiose de pouvoir réducteur sensiblement égal à celui du maltose.

I. Glucides fermentescibles de la pate de farine de blé. — Ils comprennent : 1° des glucides réducteurs préformés (vraisemblablement du *glucose*) en quantité inférieure à 0,15 pour 100 du poids de la farine; 2° du *maltose* qui prend naissance dans la pâte en raison du « pouvoir diastasique » de la farine, en quantité comprise entre 1,5 et 3 pour 100 du poids de farine en 4 heures; 3° un glucide *non réducteur, facilement fermentescible*, qui n'est autre que le *saccharose*. Sa proportion dans les farines de blé, inférieure à 0,25 pour 100 d'après Loeb ([2]), serait beaucoup plus forte selon d'autres auteurs ([3]). Nos propres expériences démontrent qu'il existe bien en effet de 1 à 2 pour 100 de saccharose préformé dans les farines ordinaires; si l'on porte à 115-120° pendant quelques minutes de la farine de blé il ne se forme plus de maltose dans la pâte obtenue avec cette farine; cependant, par addition de levure, on obtient rapidement dans cette pâte des quantités d'alcool comprises entre 0,40 et 0,65 pour 100, lesquelles correspondent à des quantités de saccharose comprises entre 1,0 et 1,8 pour 100 ([4]).

Le fait qu'après la disparition totale des glucides fermentescibles on ne trouve aucun pouvoir réducteur résiduel dans la pâte, montre que les farines de boulangerie *ne contiennent pratiquement pas de raffinose*, contrairement à l'hypothèse émise par certains auteurs.

II. Fermentation alcoolique dans la pâte de farine de blé. — 1° *Influence des glucides présents sur l'importance de la fermentation.* — Environ 70 pour 100 des sucres disparus de la pâte sont transformés en alcool. En outre, s'il existe une consommation maximum en sucre que la levure ne dépasse guère, il y a par contre des farines pauvres en glucides fermentescibles qui ne permettent pas cette consommation maximum, même à une faible dose de levure. Le saccharose fermente plus vite dans la pâte

---

([1]) Ce fait a été signalé en 1889 par Berthelot.

([2]) J. Loeb, *Thèse de Doctorat d'Université*. Strasbourg, 1930.

([3]) M. J. Blish, R. M. Standstedt et G. R. Astleford, *Cereal Chemistry*, 1932, p. 378-393.

([4]) Nous en avons trouvé 3 pour 100 à la périphérie de l'endosperme du grain de blé.

qu'en solution aqueuse; pour le maltose, cette accélération est encore plus accentuée; cependant, au sein de la pâte, la vitesse de fermentation du saccharose reste supérieure à celle du maltose [1].

La température a une grosse influence sur la vitesse de la fermentation : à 20° il faut trois fois plus de levure qu'à 27° pour produire la même quantité d'alcool dans le même temps.

2° *Rapport entre le gaz carbonique et l'alcool formés.* — Ce rapport croît légèrement du début à la fin de la fermentation panaire, mais il est toujours compris entre 0,70 et 0,80. Contrairement à ce qui se passe en solution aqueuse, *il y a donc un déficit d'environ* 20 *pour* 100 *de gaz carbonique dans la fermentation panaire.*

III. Production gazeuse en panification. — On constate un retard constant entre la production gazeuse apparente et le gaz carbonique produit par la fermentation, retard dû à la dissolution dans l'eau de la pâte du gaz carbonique initialement formé.

En tenant compte de ces divers résultats expérimentaux on conclut que la production gazeuse au sein de la pâte du boulanger, *due uniquement au gaz carbonique fourni par la fermentation alcoolique*, est sensiblement égale à *la moitié* de celle que permettait de calculer l'équation

$$C^6H^{12}O^6 = 2C^2H^5OH + 2CO^2.$$

D'ailleurs, à chaque « tourne » [2] le boulanger élimine la majeure partie du gaz carbonique déjà formé. Nous avons vérifié que *le dégagement gazeux qui a lieu entre la dernière tourne et la mise au four contribue presque seul au volume du pain;* l'essentiel est donc que le stock glucidique de la pâte permette à cette fermentation terminale de s'effectuer dans de bonnes conditions.

Le calcul et l'expérience montrent que la quantité totale de glucides fermentescibles désirable en panification est au minimum de 3 pour 100 du poids de la farine; ce pourcentage ne s'applique que pour une dose de levure voisine de 0,2 pour 100 (levure sèche/farine sèche) et à la température de 27°. Si de nombreuses farines de blé satisfont à ces conditions il en est d'autres qui sont un peu déficitaires.

---

(1) Un Mémoire d'ensemble donnant tous les détails de nos résultats expérimentaux paraîtra dans un autre Recueil.

(2) Terme de boulangerie signifiant : malaxage de la pâte.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Durée de l'immunité consécutive à la vaccination contre la fièvre jaune*. Note (¹) de MM. **A. W. Sellards** et **J. Laigret**, présentée par M. F. Mesnil.

A l'heure actuelle, il a été pratiqué, en divers pays, un total d'environ 250 vaccinations antiamariles, à l'aide du virus de Max Theiler (virus atténué par passages à la souris). Nous utilisons ce virus seul (²). D'autres, à la suite de Sawyer (³), emploient la séro-vaccination, c'est-à-dire font précéder l'inoculation virulente d'une injection de sérum immun. L'une et l'autre méthode visent à introduire dans l'organisme le virus vivant en quantité très faible. Cette précaution est nécessaire : bien qu'il ait perdu, en grande partie, son pouvoir pathogène pour l'homme, le virus de souris est encore capable, à partir de certaines doses, de provoquer des troubles. Il suffit, par contre, de traces de ce virus vivant pour faire apparaître, dans le sang, les anticorps qui témoignent expérimentalement de l'immunité.

Il était à craindre que l'immunité, obtenue avec les faibles quantités de virus que nous inoculons, soit de courte durée. Nous venons précisément de contrôler deux sérums, l'un 10 mois, l'autre 25 mois et demi après la vaccination.

Sérum L. — L'un de nous, dont le sérum était dénué de tout pouvoir protecteur avant la vaccination, reçut, en mars-avril 1933, trois inoculations de virus secs de virulence graduée. Vingt jours après la dernière inoculation, son sérum protégeait les souris (épreuve intra-cérébrale) contre 640 doses mortelles de virus.

Un prélèvement de sang a été effectué le 6 février 1934, donc dix mois après la vaccination. Le sérum s'est montré protecteur, au même taux qu'à la précédente épreuve.

Sérum E. — Ce sérum a été fourni par le plus ancien de nos vaccinés. L'histoire de sa vaccination a été rapportée dans nos communications antérieures. La dernière inoculation avait eu lieu le 16 décembre 1931 et, trente-quatre jours plus tard, le sérum était protecteur par double épreuve sur souris et sur *Mac. rhesus*.

Le 6 février 1934, le sérum, soumis à l'épreuve de protection intra-cérébrale, protège jusqu'aux limites de l'épreuve, soit contre 640 unités.

(¹) Séance du 5 mars 1934.

(²) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1609 et 2175.

(³) *Journ. Experiment. Medic.*, **55**, VI, 1932, p. 945.

Il va sans dire que ni l'un ni l'autre de ces sujets n'avait été revacciné entre temps.

Par conséquent, d'après les résultats des épreuves sérologiques, l'immunité, conférée par la vaccination antiamarile, est de longue durée, au moins deux ans.

M. **Paul Delaporte** adresse un Mémoire sur *La mesure du Temps*.

(Renvoyé à la Commission du Calendrier.)

A 15h 45m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Économie rurale, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *A. Calmette* :

En première ligne..............	M. **Émile Schribaux**.
En seconde ligne..............	M. **Émile Brumpt**.
En troisième ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*...............	MM. **Albert Demolon**, **Maurice Javillier**, **Gustave Moussu**, **Louis Roule**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18h.

E. P.

ERRATA.

—

(Séance du 5 février 1934.)

Note de M. *Maurice Piettre*, Maturation des grains de blé. Influence de quelques phénomènes physicochimiques :

Page 609, ligne 9, *au lieu de* entre — 5° et — 7°, *lire* entre — 0°,5 et — 1°,7.

(Séance du 26 février 1934.)

Note de M. *Paul Lévy*, Généralisation de l'espace différentiel de N. Wiener :

Page 787, à la fin du cas II, *au lieu de* toutes très petites, *lire* toutes à valeur quadratique moyenne très petite.

Note de M. *A. Kastler*, Le taux de polarisation de la fluorescence de la vapeur de mercure en présence d'azote :

Page 814, ligne 8, *au lieu de* même, *lire* mène.

Page 816, Tableau IV, *au lieu de* P, *lire* *r*.